

Модель монополистической конкуренции с A-CES предпочтениями индивидов, выбирающих между наемным трудом и предпринимательской деятельностью

Д. А. Покровский

dm.pokrovsky@gmail.com

Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики
(НИУ ВШЭ)

1 Введение

Стандартные модели монополистической конкуренции с CES предпочтениями потребителей обладают таким слабым местом, как нечувствительность к размеру рынка. Иными словами, число фирм прямопропорционально количеству потребителей, но сами показатели фирм: цена, выпуск и прибыль - постоянны и не зависят от численности населения.

Этот артефакт является, безусловно, следствием выбранной спецификации предпочтений: функция полезности с постоянной эластичностью замещения не позволяет проследить влияние размера рынка. Отказ от такой простой формы предпочтений приводит мгновенно к стремительно возрастающей сложности модели, в которой размер рынка уже играет роль, но отследить его эффекты в силу сложности модели оказывается возможным в основном только численно.

В данной работе предложена простая модификация модели, в которой потребительские предпочтения являются A-CES предпочтениями (adjusted CES / almost CES), при которых эластичность замещения между разновидностями дифференцированного блага оказывается уже не постоянной. Это происходит за счет введения в модель второго сектора, таким образом, что хотя функция полезности и остается аддитивно-

сепарабельной по всем потребляемым благам, но товар дополнительного сектора оказывается выделенным в том смысле, что вес получаемой от него полезности оказывается ненулевым в противоположность весам полезностей от отдельных разновидностей дифференцированного блага, которые лишь совместно вносят некоторый вес в функцию полезности. Иначе говоря, функция полезности потребителя становится дискретно-непрерывной.

В результате, построенная модель оказывается не просто чувствительна к размеру рынка (объем выпуска и прибыли фирм зависят от численности экономики), но и является обобщением односекторной модели в том смысле, что последняя представляет собой предельный случай двухсекторной, когда размер рынка становится бесконечно большим. В этом случае влияние нового сектора на равновесие становится пренебрежимо мало, численность населения начинает играть роль только масштабирующего множителя, величины эндогенных переменных достигают своих асимптотических значений.

Введя в модель механизм выбора вида деятельности, получим не только эндогенезацию формирования производственного сектора, но также возможность проследить изменение доли предпринимателей в зависимости от численности населения.

2 Модель

Экономика Рассматривается экономика, населенная L индивидами, однородными по предпочтениям и по наделенностью факторами производства, но неоднородными по предпринимательским способностям. Каждый индивид может быть либо предпринимателем, либо рабочим, получая один из видов дохода. Индивиды делают выбор между двумя видами деятельности: работой по найму и предпринимательством, сравнивая потенциальные доходы от каждого вида деятельности. Как предприниматели, индивиды получают в качестве своего дохода прибыль, организованной ими фирмы на рынке дифференцированного блага, как рабочие индивиды получают в качестве дохода ставку заработной платы за предлагаемую ими единицу труда. Будучи предпринимателем, индивид может организовать только одну фирму. Будучи рабочим, индивид предлагает на рынке весь запас своего труда неэластично. В равновесии, более способные к предпринимательству индивиды выбирают организа-

цию фирм, менее способные - работу по найму. Выбравшие предпринимательскую деятельность устанавливают такие цены на производимые их фирмами разновидности, чтобы эта система цен уравнивала рынок дифференцированного блага.

Экономика - двухсекторная, в которой в первом, традиционном, секторе производится однородный товар в условиях совершенной конкуренции по технологии с постоянной отдачей от масштаба, а во втором, промышленном, секторе производятся разновидности дифференцированного блага в условиях монополистической конкуренции по технологии с возрастающей отдачей от масштаба. Фирмы являются однопродуктовыми, и каждая разновидность производится только одной фирмой. В экономике всего один фактор производства - труд, носителем которого являются индивиды, выбравшие работу по найму. Рынок труда совершенно конкурентен, труд абсолютно мобилен между секторами. В равновесии труд распределяется между традиционным и промышленным сектором так, чтобы выполнялось условие очищения рынка труда.

Каждый индивид, независимо от выбранного вида деятельности потребляет все товары, производимые в экономике - все разновидности дифференцированного блага, и товар однородного сектора. Предпочтения индивида А-CES (adjusted CES / almost CES): функция полезности является аддитивно сепарабельной по потребляемым товарам с полезностью от каждого, заданной степенным выражением. При этом товар однородного сектора является выделенным в одну компоненту, а все разновидности дифференцированного блага интегрально объединены во вторую компоненту, так что полезность от потребления одной разновидности обладает нулевым весом в интегральной полезности:

$$U = v(a) + \int_J u(x(j))dj.$$

При А-CES-предпочтениях:

$$u(x) = x^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}, \quad v(a) = a^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}, \quad \sigma \in (1; \infty)$$

Спрос Потребитель максимизирует аддитивно-сепарабельную функцию полезностей, получаемых от потребления разновидностей дифференцируемого блага и от потребления товара традиционного сектора

$$U = v(a) + \int_J u(x(j))dj \longrightarrow \max \quad (1)$$

при заданном бюджетном ограничении

$$p_a a + \int_J p_j x(j) dj = Y. \quad (2)$$

Доход индивида $Y = Y_\omega$ зависит от его типа $\omega \in \Omega$.

При А-СЕС-предпочтениях

$$u(x) = x^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}, \quad v(a) = a^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}, \quad \sigma \in (1; \infty)$$

оптимальный индивидуальный спрос индивида с доходом Y на товар традиционного сектора и на разновидности дифференцированного блага выглядит следующим образом:

$$a = \frac{p_a^{-\sigma} Y}{p_a^{1-\sigma} + P^{1-\sigma}}, \quad (3)$$

$$x(j) = \frac{p^{-\sigma}(j) Y}{p_a^{1-\sigma} + P^{1-\sigma}}, \quad (4)$$

где индекс цен P определен тождеством:

$$P^{1-\sigma} := \int_J p^{1-\sigma}(j) dj.$$

Фирмы Фирма типа j максимизирует свою прибыль

$$\pi(j) = (p(j) - wc(j))q(j), \quad (5)$$

где $q(j)$ - агрегированный спрос на j -ую разновидность дифференцированного блага:

$$q_j = \int_\Omega x_\omega(j) d\omega.$$

Условия первого порядка для оптимизационной задачи фирмы при А-СЕС предпочтениях приводят к выражению для оптимальной цены, такому же, как при СЕС предпочтениях:

$$p_j = wc_j \frac{\sigma}{\sigma - 1}. \quad (6)$$

Индекс цен при этом будет выражаться через агрегат, определяемый предельными издержками действующих фирм:

$$P^{1-\sigma} = w^{1-\sigma} C^{1-\sigma} K, \quad (7)$$

где

$$C^{1-\sigma} = \int_J c_j^{1-\sigma} dj \quad (8)$$

-индекс издержек, а $K = \left(\frac{\sigma}{\sigma-1}\right)^{1-\sigma}$ - масштабирующий множитель.

Выражение прибыли фирмы j в оптимуме выглядит как

$$\pi_j = \frac{1}{\sigma} \frac{c_j^{1-\sigma} K}{\tilde{p}_a^{1-\sigma} + C^{1-\sigma} K} \int_{\Omega} Y_{\omega} d\omega, \quad (9)$$

где $\tilde{p}_a = p_a/w$ - относительная цена товара традиционного сектора, выраженная в единицах труда.

Полагая, что в экономике предприниматели составляют долю $\hat{\Gamma}$ от всего населения, а $(1 - \hat{\Gamma})$ - это доля наемных рабочих, доход каждого из которых равен w , совокупный доход населения $\int_{\Omega} Y_{\omega} d\omega$ можно записать в виде $(1 - \hat{\Gamma})Lw + \Pi$, где

$$\Pi = \int_J \pi_j dj \quad (10)$$

- совокупный доход предпринимателей, $(1 - \hat{\Gamma})Lw$ - совокупный доход наемных рабочих.

Таким образом, уравнение (9) представляет из себя интегральную систему уравнений относительно оптимальных прибылей фирм, разрешив которую получим итоговое выражение для оптимального значения прибыли отдельной фирмы:

$$\pi_j = \frac{c_j^{1-\sigma} K}{\sigma \tilde{p}_a^{1-\sigma} + (\sigma - 1) C^{1-\sigma} K} (1 - \hat{\Gamma}) Lw. \quad (11)$$

Условие выбора вида деятельности Для индивидов, безразличных между предпринимательской деятельностью и работой по найму, должно выполняться условие равенства между его доходом, как наемного рабочего, и потенциальной прибылью, как предпринимателя:

$$\hat{\pi} = w \quad (12)$$

Поскольку прибыль фирмы в оптимуме тем выше, чем ниже предельные издержки, то все фирмы, организованные безразличными между видами деятельности индивидами, несут одинаковые предельные издержки \hat{c} , обеспечивающие равенство прибыли заработной плате. Индивиды,

чьи фирмы несут меньшие издержки, $c < \hat{c}$, выбирают предпринимательскую деятельность, остальные же, чьи фирмы оказываются недостаточно эффективными, становятся наемными рабочими.

Таким образом, мы можем ассоциировать типы индивидов, населяющих экономику, с предельными издержками фирм, которые могут быть основаны данными индивидами. Считая, что типы индивидов распределены на интервале $[\underline{c}; \bar{c}]$ с плотностью $\gamma(c)$, получаем, что долю предпринимателей в экономике $\hat{\Gamma}$ можно вычислить по формуле $\hat{\Gamma} = \int_{\underline{c}}^{\hat{c}} \gamma(c) dc$

Индекс издержек (8) теперь можно вычислить следующим образом:

$$C^{1-\sigma} = L \int_{\underline{c}}^{\hat{c}} c^{1-\sigma} \gamma(c) dc \quad (13)$$

Подставляя полученное выражение в (11) и используя нормировку $\tilde{p}_a = 1$, условие безразличия (12), определяющее безразличный тип индивида, можно переписать теперь в следующем виде:

$$\hat{c}^{\sigma-1} = \frac{(1 - \hat{\Gamma})KL}{\sigma + (\sigma - 1)KL \int_{\underline{c}}^{\hat{c}} c^{1-\sigma} \gamma(c) dc}. \quad (14)$$

Заметим, что в отличие от односекторной модели, значение разделяющего типа \hat{c} теперь зависит от размера рынка (численности населения) L , но в предельном случае ($L \rightarrow \infty$) выражение (??) принимает вид условия безразличия для односекторной модели:

$$\frac{\hat{\Gamma}}{1 - \hat{\Gamma}} \left(\frac{\hat{c}}{\tilde{c}} \right)^{\sigma-1} = \frac{1}{\sigma - 1}, \quad (15)$$

где среднее значение предельных издержек фирм, организованных индивидами, выбравших предпринимательскую деятельность, \tilde{c} определено тождеством: $\tilde{c}^{1-\sigma} = \int_{\underline{c}}^{\hat{c}} c^{1-\sigma} \frac{\gamma(c)}{\hat{\Gamma}} dc$.

3 Равновесие

Равновесием в модели называются согласованные значения наборов цен, устанавливаемых фирмами $\{p_j\}$, индивидуальных объемов потребления $\{x(j)\}$ при заданных ценах и доходах потребителей, объемы прибылей

$\{\pi_j\}$, получаемых фирмами при данных объемах потребления, и значение разделяющего типа индивидов \hat{c} . Объемы потребления товара традиционного сектора находится из бюджетного ограничения для каждого типа.

Иначе говоря, равновесие – это набор $\{\{p_j\}, \{x(j)\}, \{\pi_j\}, \hat{c}\}$, являющийся решением системы уравнений (6),(4), (11) и (14).

Построенная модель определена корректно, что подтверждается следующим утверждением:

Утверждение 1. *Равновесие существует и единственно. Если размер рынка достаточно велик, то равновесие - внутреннее.*

Если размер рынка не очень большой, то количества потребителей может оказаться недостаточно для того, чтобы гарантировать превосходство прибыли над ставкой заработной платы. Отсутствие стимулов становиться предпринимателями приводит к вырожденному равновесию, когда производственный сектор экономики схлопывается, и все производство оказывается сосредоточено только в традиционном секторе.

Формально, условие возникновения промышленного сектора соответствует случаю, при котором $\hat{c} > \underline{c}$, что возможно, если размер рынка превосходит величину $L_0 = \underline{c}^{\sigma-1} \sigma / K$

Поскольку в таком образом сформулированной двухсекторной модели эндогенные переменные оказываются нетривиальным образом зависящими от численности населения L , то естественным образом возникает задача исследования сравнительной статике по размеру рынка, чему и посвящен следующий раздел.

4 Сравнительная статика

Как отмечено выше, в предельном случае ($L \rightarrow \infty$) ключевое уравнение (14) принимает тот же вид, что и в односекторной модели. Более того, в силу того, что правая часть уравнения монотонно возрастает по L , легко видеть, что значение \hat{c} также возрастает по L . Поскольку доля предпринимателей $\hat{\Gamma}$ положительно зависит от \hat{c} , то верно следующее утверждение:

Утверждение 2. *Увеличение размера рынка приводит к росту доли предпринимателей в общей численности населения.*

Обратимся теперь к вопросу распределения доходов. Подставляя выражение оптимальной прибыли (11) в формулу (10) и учитывая (13), получаем выражение для совокупной прибыли предпринимателей:

$$\Pi = \frac{LK \int_{\underline{c}}^{\hat{c}} c^{1-\sigma} \gamma(c) dc}{\sigma \tilde{p}_a^{1-\sigma} + (\sigma - 1) LK \int_{\underline{c}}^{\hat{c}} c^{1-\sigma} \gamma(c) dc} (1 - \hat{\Gamma}) Lw. \quad (16)$$

Легко видеть, что совокупная прибыль увеличивается с размер рынка, но в отличие от односекторного случая эта прибыль растет диспропорционально быстрее совокупному доходу рабочих $W = (1 - \hat{\Gamma}) Lw$. Тем самым верно следующее утверждение:

Утверждение 3. *Неравенство между предпринимателями и рабочими выше на более крупных рынках.*

Заметим, что максимальное неравенство достигается в предельном случае ($L \rightarrow \infty$), при котором соотношение между совокупными доходами предпринимателей и рабочих достигает максимума: $\frac{\Pi}{W} = \frac{1}{\sigma-1}$.

Несложно доказать, что и выпуск отдельной фирмы, а вместе с ним и ее прибыль, также тем выше, чем больше размер экономики. То есть, общее неравенство по доходу в экономике также возрастает по размеру рынка.

Утверждение 4. *Уровень неравенства по доходу в экономике возрастает с ростом численности населения, и стремится к величине, соответствующей уровню неравенства в односекторной модели.*

Несмотря на то, что уровень неравенства возрастает в экономике, увеличение доли и количества предпринимателей приводит к увеличению числа разновидностей, что оказывает положительное влияние на совокупную полезность за счет расширения доступного к потреблению разнообразия товаров дифференцированного сектора. Вместе с этим увеличивается и доля расходов на товары промышленного сектора, что приводит к снижению доли расходов на однородный товар и к сокращению потребления товаров традиционного сектора. Тем не менее, первый эффект оказывается сильнее, и потому верно утверждение:

Утверждение 5. *Если размер экономики достаточно велик, то дальнейшее увеличение размера рынка приведет к росту полезности каждого индивида в отдельности и совокупного общественного благосостояния.*

Заметим, что при недостаточно большой численности экономики ее рост может приводить к снижению полезности наемных рабочих, а при некоторых условиях и к снижению полезности предпринимателей. Совокупное общественное благосостояние будет увеличиваться в любом случае.

Сводя вместе все утверждения, можно сформулировать следующую теорему:

Теорема 1. *Односекторная модель монополистической конкуренции с эндогенным индивидуальным выбором вида занятости является частным случаем двухсекторной модели с выделенной в отдельный сектор разновидности дифференцированного блага, и получается из двухсекторной модели в предельном случае, когда размер рынка становится бесконечно большим.*

Полученные результаты показывают, что вырожденность односекторной модели монополистической конкуренции в смысле отсутствия эффекта размера рынка есть следствие того, что односекторная модель является всего лишь предельным случаем более правильной двухсекторной спецификации, в которой уже размер экономики имеет значение, и его проявление согласуется со здравым смыслом: чем больше экономика, тем больше там доля предпринимателей в общей численности населения, больше размер организованных ими фирм и выше их прибыли, а также — больше неравенство между предпринимателями и наемными рабочими.

5 Заключение

Представленная модель обобщает стандартные результаты моделирования монополистической конкуренции для CES предпочтений.

Главным результатом этой двухсекторной модели с A-CES предпочтениями (adjusted CES / almost CES) является наличие эффекта размера рынка, который отсутствует в односекторной модели. Более того, показано, что односекторная модель с CES предпочтениями является предельным случаем построенной модели при стремлении численности населения к бесконечности.

Использование внутри модели механизма индивидуального выбора между видами деятельности, позволяющему эндогенезировать форми-

рование фирм в экономике, в данной постановке привело к тому, что структура занятости оказалась тоже зависящей от размера экономики.

Выявлена положительная зависимость между размером рынка и такими эндогенными показателями экономики как: размер фирмы (по выпуску и по прибыли), разделяющее значение уровня предпринимательских способностей, а также - доля занятых в предпринимательстве в общей численности населения.