

Разработка и исследование ссудо-сберегательных программ: динамическая модель.

Дмитрий Ильинский,
Виктор Полтерович,
Олег Старков

19 февраля 2013

Отличие ССП.

- ▶ Целью настоящей работы является создание математической модели, которая могла бы использоваться для разработки и анализа ссудо-сберегательных программ ипотечного кредитования (ССП).

Отличие ССП.

- ▶ Целью настоящей работы является создание математической модели, которая могла бы использоваться для разработки и анализа ссудо-сберегательных программ ипотечного кредитования (ССП).
- ▶ ССП характеризуются двумя принципиальными отличиями от других ипотечных институтов.

Отличие ССП.

- ▶ Целью настоящей работы является создание математической модели, которая могла бы использоваться для разработки и анализа ссудо-сберегательных программ ипотечного кредитования (ССП).
- ▶ ССП характеризуются двумя принципиальными отличиями от других ипотечных институтов.
- ▶ 1) Выдача кредита в рамках этих программ обусловлена регулярным накоплением вкладчиком первоначального взноса в течение достаточно длительного времени (обычно 4-6 лет).

Отличие ССП.

- ▶ Целью настоящей работы является создание математической модели, которая могла бы использоваться для разработки и анализа ссудо-сберегательных программ ипотечного кредитования (ССП).
- ▶ ССП характеризуются двумя принципиальными отличиями от других ипотечных институтов.
- ▶ 1) Выдача кредита в рамках этих программ обусловлена регулярным накоплением вкладчиком первоначального взноса в течение достаточно длительного времени (обычно 4-6 лет).
- ▶ 2) Регулярное накопление стимулируется субсидиями из государственного (федерального или регионального) бюджета - премиями на стройсбережения.

Преимущества ССП.

- ▶ ССП доступны для граждан с невысокими доходами

Преимущества ССП.

- ▶ ССП доступны для граждан с невысокими доходами
- ▶ Ненадежные заемщики выявляются уже на стадии накопления и не получают кредита

Преимущества ССП.

- ▶ ССП доступны для граждан с невысокими доходами
- ▶ Ненадежные заемщики выявляются уже на стадии накопления и не получают кредита
- ▶ Проценты по депозитам и кредиту могут быть достаточно низкими (обычно, 2 – 3% и 5 – 6%).

Виды ССП.

- ▶ ССП могут быть реализованы в рамках специализированных институтов : стройсберкасс (ССК) или строительно-сберегательных кооперативов, либо в форме специальных жилищных накопительных счетов в банке (ЖНС).

Виды ССП.

- ▶ ССП могут быть реализованы в рамках специализированных институтов : стройсберкасс (ССК) или строительно-сберегательных кооперативов, либо в форме специальных жилищных накопительных счетов в банке (ЖНС).
- ▶ В практике других стран как правило используются стройсберкассы.

Виды ССП.

- ▶ ССП могут быть реализованы в рамках специализированных институтов : стройсберкасс (ССК) или строительно-сберегательных кооперативов, либо в форме специальных жилищных накопительных счетов в банке (ЖНС).
- ▶ В практике других стран как правило используются стройсберкассы.
- ▶ В нашей стране, в Краснодарском Крае в 2010-м году ССП была реализована в банковской форме.

Задачи разработчика модели.

- ▶ Качество работы ССП зависит от сочетания величин экзогенных параметров и управляющих переменных.

Задачи разработчика модели.

- ▶ Качество работы ССП зависит от сочетания величин экзогенных параметров и управляющих переменных.
- ▶ Первая задача: используя управляющие переменные, обеспечить преимущество ССП перед альтернативными ипотечными программами в широком диапазоне экзогенных параметров.

Задачи разработчика модели.

- ▶ Качество работы ССП зависит от сочетания величин экзогенных параметров и управляющих переменных.
- ▶ Первая задача: используя управляющие переменные, обеспечить преимущество ССП перед альтернативными ипотечными программами в широком диапазоне экзогенных параметров.
- ▶ Вторая задача: обеспечить финансовую устойчивость ССП.

Динамическая модель.

- ▶ Для исследования этих вопросов необходима динамическая модель ССП. Между тем ни одна из прикладных моделей ССК не учитывает полностью все динамические процессы системы.

Динамическая модель.

- ▶ Для исследования этих вопросов необходима динамическая модель ССП. Между тем ни одна из прикладных моделей ССК не учитывает полностью все динамические процессы системы.
- ▶ Так, в модели Laux (2005) предполагается, что параметры накопления и кредитования не меняются со временем.

Динамическая модель.

- ▶ Для исследования этих вопросов необходима динамическая модель ССП. Между тем ни одна из прикладных моделей ССК не учитывает полностью все динамические процессы системы.
- ▶ Так, в модели Laux (2005) предполагается, что параметры накопления и кредитования не меняются со временем.
- ▶ Наиболее близкой к нашей модели является модель с перекрывающимися поколениями, использованная в статье Scholten (2000). Однако при анализе и в этом случае фактически рассматриваются только стационарные режимы.

Участники ССП.

- ▶ В модели участвуют три стороны:
- ▶ *Агенты*. Это люди, заинтересованные в покупке жилья на льготных условиях

Участники ССП.

- ▶ В модели участвуют три стороны:
- ▶ *Агенты*. Это люди, заинтересованные в покупке жилья на льготных условиях
- ▶ *Банк*. Он предоставляет кредит по льготным условиям.

Участники ССП.

- ▶ В модели участвуют три стороны:
- ▶ *Агенты*. Это люди, заинтересованные в покупке жилья на льготных условиях
- ▶ *Банк*. Он предоставляет кредит по льготным условиям.
- ▶ *Государство*. Помогает агентам получать данный кредит при помощи социальных выплат.

Действия сторон.

- ▶ Агент каждый месяц вносит определенную сумму денег (*взнос*), на которую начисляются определенные заранее проценты.

Действия сторон.

- ▶ Агент каждый месяц вносит определенную сумму денег (*взнос*), на которую начисляются определенные заранее проценты.
- ▶ Государство субсидирует агентов на стадии накопления, выплачивая *социальную премию*.

Действия сторон.

- ▶ Агент каждый месяц вносит определенную сумму денег (*взнос*), на которую начисляются определенные заранее проценты.
- ▶ Государство субсидирует агентов на стадии накопления, выплачивая *социальную премию*.
- ▶ Банк берет средства для выдачи контрактов из взносов вкладчиков, которые только находятся на стадии накопления, из выплачиваемых кредитов, и из сформированного резервного фонда.

Финансовый разрыв. Очередь

- ▶ Пусть средств для выдачи контрактов не хватает (система находится в состоянии *финансового разрыва*). Тогда допускаются следующие действия.

Финансовый разрыв. Очередь

- ▶ Пусть средств для выдачи контрактов не хватает (система находится в состоянии *финансового разрыва*). Тогда допускаются следующие действия.
- ▶ 1) *Очередь*. Агентов, которые хотят получить контракт, просят подождать до следующего момента времени (они формируют очередь). В очереди агенты продолжают получать процент на вклад.

Финансовый разрыв. Очередь

- ▶ Пусть средств для выдачи контрактов не хватает (система находится в состоянии *финансового разрыва*). Тогда допускаются следующие действия.
- ▶ 1) *Очередь*. Агентов, которые хотят получить контракт, просят подождать до следующего момента времени (они формируют очередь). В очереди агенты продолжают получать процент на вклад.
- ▶ 2) *Займ*. Банк может также взять займ из внутренних или внешних средств, который потом покрывает из будущих выплат.

Жизнь агента

- ▶ Агент, находясь в системе последовательно проходит три стадии: накопление, очередь и выплата кредита.

Жизнь агента

- ▶ Агент, находясь в системе последовательно проходит три стадии: накопление, очередь и выплата кредита.
- ▶ Накопление: агент каждый месяц вносит определенную сумму денег (*взнос*), на которую каждый месяц начисляются определенные заранее проценты. Кроме взноса, в начале каждого нового квартала государство выплачивает премию (*социальные выплаты*).

Жизнь агента

- ▶ Агент, находясь в системе последовательно проходит три стадии: накопление, очередь и выплата кредита.
- ▶ Накопление: агент каждый месяц вносит определенную сумму денег (*взнос*), на которую каждый месяц начисляются определенные заранее проценты. Кроме взноса, в начале каждого нового квартала государство выплачивает премию (*социальные выплаты*).
- ▶ Очередь: после окончания накопления банк либо выдает требуемую сумму агенту, либо просит его подождать. В последнем случае агент попадает в очередь

Жизнь агента

- ▶ Агент, находясь в системе последовательно проходит три стадии: накопление, очередь и выплата кредита.
- ▶ Накопление: агент каждый месяц вносит определенную сумму денег (*взнос*), на которую каждый месяц начисляются определенные заранее проценты. Кроме взноса, в начале каждого нового квартала государство выплачивает премию (*социальные выплаты*).
- ▶ Очередь: после окончания накопления банк либо выдает требуемую сумму агенту, либо просит его подождать. В последнем случае агент попадает в очередь
- ▶ Выплата кредита: в течение срока кредитования агент выплачивает взносы. После уплаты агент выводится из системы

Начало накопления.

- ▶ При появлении в системе агент a задается тремя параметрами: размером взноса $P(t)$, временем появления в системе $T_{\text{нач}}$, временем накопления τ .

Начало накопления.

- ▶ При появлении в системе агент a задается тремя параметрами: размером взноса $P(t)$, временем появления в системе $T_{\text{нач}}$, временем накопления τ .
- ▶ Каждый месяц агент получает процент p на вклад (берется из расчета 2% годовых).

Начало накопления.

- ▶ При появлении в системе агент a задается тремя параметрами: размером взноса $P(t)$, временем появления в системе $T_{\text{нач}}$, временем накопления τ .
- ▶ Каждый месяц агент получает процент p на вклад (берется из расчета 2% годовых).
- ▶ Кроме этого, в каждый период времени агент получает социальные выплаты (30%) на взносы за прошедший квартал. На социальные выплаты не начисляются проценты.

Начало накопления.

- ▶ При появлении в системе агент a задается тремя параметрами: размером взноса $P(t)$, временем появления в системе $T_{\text{нач}}$, временем накопления τ .
- ▶ Каждый месяц агент получает процент p на вклад (берется из расчета 2% годовых).
- ▶ Кроме этого, в каждый период времени агент получает социальные выплаты (30%) на взносы за прошедший квартал. На социальные выплаты не начисляются проценты.
- ▶ На момент времени $T_{\text{нач}} \leq t \leq T_{\text{кон}}$ накопленная сумма $M(t)$ вычисляется по формуле:

$$M(t) = \sum_{\beta=T_{\text{нач}}} P(\beta)(1+p)^{t-\beta} + s \cdot \sum_{\beta=T_{\text{нач}}}^t P(\beta).$$

Окончание накопления

- ▶ На момент накопления агента количество накопленных средств равно

$$M(T_{\text{кон}}) = \sum_{\beta=T_{\text{нач}}}^{T_{\text{кон}}} P(\beta)(1+p)^{T_{\text{кон}}-\beta} + s \cdot \sum_{\beta=T_{\text{нач}}}^{T_{\text{кон}}} P(\beta).$$

Окончание накопления

- ▶ На момент накопления агента количество накопленных средств равно

$$M(T_{\text{кон}}) = \sum_{\beta=T_{\text{нач}}}^{T_{\text{кон}}} P(\beta)(1+p)^{T_{\text{кон}}-\beta} + s \cdot \sum_{\beta=T_{\text{нач}}}^{T_{\text{кон}}} P(\beta).$$

- ▶ Контракт агента $K(t)$ определяется как сумма накопленных средств $M(t)$ и кредита C (см. формулу)

$$K(t) = M(t) + C; C = M(T_{\text{кон}}) \cdot \Lambda.$$

Очередь.

- ▶ Если на данный момент денег на выдачу контракта $K(t)$ у банка нет, то агент попадает в очередь.

Очередь.

- ▶ Если на данный момент денег на выдачу контракта $K(t)$ у банка нет, то агент попадает в очередь.
- ▶ В очереди на счет агента продолжают начисляться проценты.

Очередь.

- ▶ Если на данный момент денег на выдачу контракта $K(t)$ у банка нет, то агент попадает в очередь.
- ▶ В очереди на счет агента продолжают начисляться проценты.
- ▶ Таким образом, в момент времени $t \geq T_{\text{кон}}$ у агента на счету будет

$$M(t) = \sum_{\beta=T_{\text{нач}}}^{T_{\text{кон}}} P(\beta)(1+p)^{t-\beta} + s \cdot \sum_{\beta=T_{\text{нач}}}^{T_{\text{кон}}} P(\beta).$$

Выдача кредита.

- ▶ Предположим, что агенту в момент времени t выдается кредит.

Выдача кредита.

- ▶ Предположим, что агенту в момент времени t выдается кредит.
- ▶ Время выдачи кредита обозначается через $T_{кр}$.

Выдача кредита.

- ▶ Предположим, что агенту в момент времени t выдается кредит.
- ▶ Время выдачи кредита обозначается через $T_{кр}$.
- ▶ *Срок кредита* $\tau_{кр} = 1,5 \cdot (T_{кон} - T_{нач})$.

Выдача кредита.

- ▶ Предположим, что агенту в момент времени t выдается кредит.
- ▶ Время выдачи кредита обозначается через $T_{кр}$.
- ▶ *Срок кредита* $\tau_{кр} = 1,5 \cdot (T_{кон} - T_{нач})$.
- ▶ Процент на кредит обозначается через s . Берется из расчета 5% годовых.

Расчеты по кредиту.

- ▶ Кредит рассчитывается по аннуитету. Выплата по кредиту обозначается через B

$$B = \frac{C \cdot c}{1 - (1 + c)^{-\tau_{кр}}},$$

Расчеты по кредиту.

- ▶ Кредит рассчитывается по аннуитету. Выплата по кредиту обозначается через B

$$B = \frac{C \cdot c}{1 - (1 + c)^{-\tau_{кр}}},$$

- ▶ Обозначим через $E(t)$ ту часть B , которая соответствует исходному объему кредита C . Она определяется по формуле

$$E(t + \tau) = \frac{(1 + c)^{t-1} \cdot c}{(1 + c)^{\tau_{кр}} - 1} \cdot C, \text{ при } t \geq 1$$

Особые виды агентов.

- ▶ *Друзья вкладчиков.* Этот тип агентов выполняет вспомогательную функцию: они только копят взносы, а потом сразу забирают свой вклад и уходят. Друзьями могут быть только агенты, накапливающие 5 лет или более.

Особые виды агентов.

- ▶ *Друзья вкладчиков.* Этот тип агентов выполняет вспомогательную функцию: они только копят взносы, а потом сразу забирают свой вклад и уходят. Друзьями могут быть только агенты, накапливающие 5 лет или более.
- ▶ *Нарушители.* Это агенты, которые разрывают контракт на стадии накопления. Они забирают свои деньги с накопленными процентами, но без социальных выплат.

Нет финансового разрыва.

- ▶ В каждый момент времени банк производит следующие расчеты:

Нет финансового разрыва.

- ▶ В каждый момент времени банк производит следующие расчеты:
- ▶ собираются деньги с вкладчиков и кредиторов (*кредитная масса*) $\Delta(t)$, туда добавляется резерв и остаток с предыдущего периода;

Нет финансового разрыва.

- ▶ В каждый момент времени банк производит следующие расчеты:
- ▶ собираются деньги с вкладчиков и кредиторов (*кредитная масса*) $\Delta(t)$, туда добавляется резерв и остаток с предыдущего периода;
- ▶ выдаются деньги друзьям вкладчиков и нарушителям;

Нет финансового разрыва.

- ▶ В каждый момент времени банк производит следующие расчеты:
- ▶ собираются деньги с вкладчиков и кредиторов (*кредитная масса*) $\Delta(t)$, туда добавляется резерв и остаток с предыдущего периода;
- ▶ выдаются деньги друзьям вкладчиков и нарушителям;
- ▶ выдаются кредиты в порядке очереди;

Нет финансового разрыва.

- ▶ В каждый момент времени банк производит следующие расчеты:
- ▶ собираются деньги с вкладчиков и кредиторов (*кредитная масса*) $\Delta(t)$, туда добавляется резерв и остаток с предыдущего периода;
- ▶ выдаются деньги друзьям вкладчиков и нарушителям;
- ▶ выдаются кредиты в порядке очереди;
- ▶ остаток денежной массы отдается на внешние инвестиции

Нет финансового разрыва.

- ▶ В каждый момент времени банк производит следующие расчеты:
- ▶ собираются деньги с вкладчиков и кредиторов (*кредитная масса*) $\Delta(t)$, туда добавляется резерв и остаток с предыдущего периода;
- ▶ выдаются деньги друзьям вкладчиков и нарушителям;
- ▶ выдаются кредиты в порядке очереди;
- ▶ остаток денежной массы отдается на внешние инвестиции
- ▶ инвестиции уходят на резерв, и доход банка, из которого выплачиваются проценты на счета вкладчиков.

Финансовый разрыв.

- ▶ Собирается кредитная масса.

Финансовый разрыв.

- ▶ Собирается кредитная масса.
- ▶ Выдаются деньги друзьям вкладчиков и нарушителям.
Если кредитная масса и резерв кончились, берем займ.

Финансовый разрыв.

- ▶ Собирается кредитная масса.
- ▶ Выдаются деньги друзьям вкладчиков и нарушителям.
Если кредитная масса и резерв кончились, берем займ.
- ▶ Выдаются кредиты пока не кончится кредитная масса и резерв.

Финансовый разрыв.

- ▶ Собирается кредитная масса.
- ▶ Выдаются деньги друзьям вкладчиков и нарушителям.
Если кредитная масса и резерв кончились, берем займ.
- ▶ Выдаются кредиты пока не кончится кредитная масса и резерв.
- ▶ Выдаются деньги всем, кому необходимо выдать кредит
засчет резерва и займа.

Финансовый разрыв.

- ▶ Собирается кредитная масса.
- ▶ Выдаются деньги друзьям вкладчиков и нарушителям. Если кредитная масса и резерв кончились, берем займ.
- ▶ Выдаются кредиты пока не кончится кредитная масса и резерв.
- ▶ Выдаются деньги всем, кому необходимо выдать кредит за счет резерва и займа.
- ▶ Остаток кредитной массы уходит на внешний долг и резерв.

Сбор кредитной массы.

- ▶ С каждого агента a , который находится в стадии накопления или очереди в кредитную массу идет $M(t, a) - M(t - 1, a)$.

Сбор кредитной массы.

- ▶ С каждого агента a , который находится в стадии накопления или очереди в кредитную массу идет $M(t, a) - M(t - 1, a)$.
- ▶ С каждого кредитора в кредитную массу идут выплаты $E(t, a)$.

Сбор кредитной массы.

- ▶ С каждого агента a , который находится в стадии накопления или очереди в кредитную массу идет $M(t, a) - M(t - 1, a)$.
- ▶ С каждого кредитора в кредитную массу идут выплаты $E(t, a)$.
- ▶ Итого: кредитная масса $\Delta(t) = \sum_a (M(t, a) - M(t - 1, a)) + \sum_a E(t, a) + \Theta(t - 1) + \Sigma(t)$, где $\Theta(t - 1)$ — кредитный остаток за предыдущий период, $\Sigma(t)$ — резерв.

Выдача денег.

- ▶ Выдаем деньги друзьям вкладчиков:

$$\widetilde{\Delta}(t) = \Delta(t) - \sum_a M(T_{\text{кон}}, a) - \sum_a M(t, a).$$

Выдача денег.

- ▶ Выдаем деньги друзьям вкладчиков:

$$\widetilde{\Delta}(t) = \Delta(t) - \sum_a M(T_{\text{кон}}, a) - \sum_a M(t, a).$$

- ▶ Упорядочиваем очередь: F — упорядоченный список агентов.

Выдача денег.

- ▶ Выдаем деньги друзьям вкладчиков:

$$\widetilde{\Delta}(t) = \Delta(t) - \sum_a M(T_{\text{кон}}, a) - \sum_a M(t, a).$$

- ▶ Упорядочиваем очередь: F — упорядоченный список агентов.
- ▶ Находим максимальное число вкладчиков, на которых хватает кредитной массы

$$M_0 = \max_m \left\{ \widetilde{\Delta}(t) - \sum_{i=1}^m K(t, F_i) \geq 0 \right\},$$

Выдача денег-2.

- ▶ Выдаем контракты данным агентам F_1, \dots, F_m .

Выдача денег-2.

- ▶ Выдаем контракты данным агентам F_1, \dots, F_m .
- ▶ Пусть остались агенты, которым надо выдать кредит. Обозначим их множество через F' . Выдаем им контракты.

$$\Delta_{\text{кон}}(t) = \widetilde{\Delta}_{\text{кон}} - \sum_{i=1}^{M_0} K(t, F_i) - \sum_{a \in F'} K(t, a).$$

Расчет остатка-1.

- ▶ После выдачи кредитов остаток кредитной массы идет на погашение внешнего долга, отчисляется неиспользованный резерв или снова берется внешний займ. Рассмотрим следующие случаи (в зависимости от значения $\Delta_{\text{кон}}(t)$).

Расчет остатка-1.

- ▶ После выдачи кредитов остаток кредитной массы идет на погашение внешнего долга, отчисляется неиспользованный резерв или снова берется внешний займ. Рассмотрим следующие случаи (в зависимости от значения $\Delta_{\text{кон}}(t)$).
- ▶ Пусть $\Delta_{\text{кон}}(t) < \Psi(t - 1)$, где $\Psi(t - 1)$ — размер внешнего займа. В этом случае вся кредитная масса уходит на погашение займа. Таким образом:

$$\Sigma_{\text{H}}(t) = 0, \Theta(t) = 0, \Psi(t) = \Psi(t - 1) - \Delta_{\text{кон}}(t).$$

Расчет остатка-2.

- ▶ Пусть $\Psi(t-1) + \Sigma(t-1) > \Delta_{\text{кон}}(t) \geq \Psi(t-1)$ В этом случае займ целиком погашается, остаток идет в резерв:
 $\Sigma_{\text{н}}(t) = \Delta_{\text{кон}}(t) - \Psi(t-1), \Theta(t) = 0, \Psi(t) = 0.$

Расчет остатка-2.

- ▶ Пусть $\Psi(t-1) + \Sigma(t-1) > \Delta_{\text{кон}}(t) \geq \Psi(t-1)$ В этом случае займ целиком погашается, остаток идет в резерв:
 $\Sigma_{\text{н}}(t) = \Delta_{\text{кон}}(t) - \Psi(t-1), \Theta(t) = 0, \Psi(t) = 0.$
- ▶ Пусть $\Delta_{\text{кон}}(t) \geq \Psi(t-1) + \Sigma(t-1)$ В этом случае мы можем погасить займ, восстановить резерв, и останется положительный кредитный остаток:

$$\Sigma_{\text{н}}(t) = \Sigma(t-1), \Theta(t) = \Delta_{\text{кон}}(t) - \Psi(t-1) - \Sigma(t-1), \Psi(t) = 0.$$

Инвестиции и доход банка.

- ▶ Оставшийся кредитный остаток $\Theta(t)$ идет на внешние инвестиции. Проценты, получаемые с них идут в резерв ($\Sigma(t)$) и в доход банка ($\Gamma(t)$):

$$\Sigma(t) = (\Theta(t) + \Sigma_H(t)) \cdot (1 - r) \cdot u + \Sigma(t - 1),$$

где $r = 0,5$ — процент, который банк забирает себе, u — процент на внешние инвестиции (6% годовых).

Инвестиции и доход банка.

- ▶ Оставшийся кредитный остаток $\Theta(t)$ идет на внешние инвестиции. Проценты, получаемые с них идут в резерв ($\Sigma(t)$) и в доход банка ($\Gamma(t)$):

$$\Sigma(t) = (\Theta(t) + \Sigma_H(t)) \cdot (1 - r) \cdot u + \Sigma(t - 1),$$

где $r = 0,5$ — процент, который банк забирает себе, u — процент на внешние инвестиции (6% годовых).

- ▶ В доход банка поступают проценты с кредитов и инвестиций, и тратятся средства на выплаты процентов вкладчикам и процентов по внешнему займу z :

$$\Gamma(t) = \Sigma_H \cdot (1 - r) \cdot u + \sum_a (B - E(t, a)) - p \sum_a M(t, a) - \Psi_H(t) \cdot z.$$

Траектории тарифных планов.

- ▶ *Тарифным планом* будем называть набор числовых характеристик ССП.

Траектории тарифных планов.

- ▶ *Тарифным планом* будем называть набор числовых характеристик ССП.
- ▶ Перечень агентов со всеми их характеристиками определяет состояние тарифного плана (режим) ССП. Упорядоченная по времени последовательность состояний называется *ссудо-сберегательной траекторией* (кратко - просто траекторией, или ССТ).

Траектории тарифных планов.

- ▶ *Тарифным планом* будем называть набор числовых характеристик ССП.
- ▶ Перечень агентов со всеми их характеристиками определяет состояние тарифного плана (режим) ССП. Упорядоченная по времени последовательность состояний называется *ссудо-сберегательной траекторией* (кратко - просто траекторией, или ССТ).
- ▶ Траектория *стационарна*, если соответствующие ей состояния не изменяются.

Устойчивость траектории.

- ▶ ССТ *допустима*, если в каждый момент времени она предусматривает обязательства по кредитам, не превосходящие имеющейся кредитной массы.

Устойчивость траектории.

- ▶ ССТ *допустима*, если в каждый момент времени она предусматривает обязательства по кредитам, не превосходящие имеющейся кредитной массы.
- ▶ Если данное правило нарушается, то используются очереди и внешние займы. В этом случае говорят о *финансовом разрыве*.

Устойчивость траектории.

- ▶ ССТ *допустима*, если в каждый момент времени она предусматривает обязательства по кредитам, не превосходящие имеющейся кредитной массы.
- ▶ Если данное правило нарушается, то используются очереди и внешние займы. В этом случае говорят о *финансовом разрыве*.
- ▶ Траектория называется *финансово устойчивой*, если она обеспечивает положительный доход.

Устойчивость траектории.

- ▶ ССТ *допустима*, если в каждый момент времени она предусматривает обязательства по кредитам, не превосходящие имеющейся кредитной массы.
- ▶ Если данное правило нарушается, то используются очереди и внешние займы. В этом случае говорят о *финансовом разрыве*.
- ▶ Траектория называется *финансово устойчивой*, если она обеспечивает положительный доход.
- ▶ Траектория называется *финансово устойчивой в сильном смысле*, если она устойчива и не допускает финансовых разрывов.

Результаты: сильная финансовая устойчивость.

- ▶ Получены ограничения на параметры, при которых достигается стационарность и сильная финансовая устойчивость ССТ.

Результаты: сильная финансовая устойчивость.

- ▶ Получены ограничения на параметры, при которых достигается стационарность и сильная финансовая устойчивость ССТ.
- ▶ Назовем тарифный план *равномерным*, если каждый момент времени в системе появляется одно и то же (не зависящее от времени) число агентов с одинаковыми параметрами.

Результаты: сильная финансовая устойчивость.

- ▶ Получены ограничения на параметры, при которых достигается стационарность и сильная финансовая устойчивость ССТ.
 - ▶ Назовем тарифный план *равномерным*, если каждый момент времени в системе появляется одно и то же (не зависящее от времени) число агентов с одинаковыми параметрами.
- ▶ Теорема 1

При условии равномерного тарифного плана сильная финансовая устойчивость траектории достигается при выполнении следующего неравенства:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{c} > \frac{\tau}{(1+p)^\tau - 1} + \frac{\tau_{кр}}{(1+p)^{\tau_{кр}} - 1} + \tau_{кр} - 1.$$

Результаты: стационарность.

- ▶ Предположим, что в случае финансового разрыва, мы не используем резерв для пополнения кредитной массы.

Результаты: стационарность.

- ▶ Предположим, что в случае финансового разрыва, мы не используем резерв для пополнения кредитной массы.

▶ Теорема 2

При данном условии и равномерном потоке вкладчиков ССТ стационарна.