Е.М. Скаржинская
ФГБОУ ВО Костромской государственный университет, Кострома

В.И. Цуриков
ФГБОУ ВО Костромская государственная сельскохозяйственная академия, Кострома

Эндогенное формирование в команде лидерства по Штакельбергу. Эффект образования коалиции

Аннотация. Статья посвящена теоретическому исследованию возможностей для реализации стратегии Штакельберга в команде. Предполагается, что команда создает совокупный доход, возрастающий с ростом усилий, прилагаемых каждым агентом, и подчиняющийся закону убывающей отдачи. Цель каждого члена команды состоит в максимизации собственного индивидуального выигрыша. При этих условиях игра имеет единственное равновесие по Нэшу, являющееся неэффективным по Парето. Для достижения предпочтительного по Парето исхода существуют две возможности: первая – переход к последовательной игре и выделение лидера; вторая – образование малой группы (коалиции), члены которой доверяют друг другу и не проявляют внутрикоалиционного оппортунизма. Следуя коалиционной стратегии, направленной на достижение максимума коалиционного выигрыша, члены коалиции увеличивают размеры своих усилий, что приводит к росту совокупного дохода и Парето-улучшению в одновременной игре. Проанализированы возможности для эндогенного формирования лидерства по Штакельбергу при использовании механизма «временны́е решения» (timing decisions). Установлено, что в условиях автономности всех членов коллектива можно уверенно прогнозировать формирование лидерства только в частных специфических случаях. В более общем случае все необходимые предпосылки для лидерства создает наличие единственной коалиции, заинтересованной в реализации стратегии по Штакельбергу.

Ключевые слова: *команда, лидер, коалиция, равновесие по Штакельбергу, улучшение по Парето.*

Классификация JEL: C02, D23.

DOI: 10.31737/2221-2264-2021-49-1-2

1. Введение

В статье исследуется взаимодействие членов команды, являющееся одним из частных случаев коллективных действий. Предполагается, что создаваемый индивидуальными усилиями совокупный доход распределяется между всеми членами команды, и поэтому каждый агент заинтересован в его увеличении. Если агенты автономно выбирают размер прилагаемых усилий, то в условиях действия закона убывающей отдачи их эгоистические устремления приводят к несоответствию индивидуальных оптимумов с коллективным оптимумом. В результате, при любом ex ante фиксированном распределении совокупного выигрыша усилия агентов в равновесии по Нэшу оказываются ниже общественно оптимальных.

Аналогичные факторы создают проблему морального риска, описанную в модели Бенгта Хольмстрёма (Holmstrom, 1982), а также

Журнал НЭА, №1 (49), 2021, с. 53–79

в ряде моделей неполного контракта[1]. Отметим, что в моделях неполного контракта рассматривается, как правило, взаимодействие двух агентов, и поэтому многие проблемы коллективных действий в них не отражаются.

Парето-улучшение результатов командной игры может быть достигнуто при переходе к последовательной игре, которая является расширением исходной игры. В последовательной игре лидер (игрок, делающий первый ход), используя метод обратной индукции, определяет свою оптимальную стратегию, результатом реализации которой является совершенное по подыграм (SPE)[2] равновесие, доминирующее по Парето над равновесием Нэша. Очевидно, что эту оптимальную стратегию лидера можно определить с помощью обратной индукции только в том случае, в котором оптимальные стратегии игроков-последователей зависят от стратегии лидера. При этом переход к последовательной игре приводит к Парето-улучшению только при условии, что стратегия игрока-лидера влияет на выбор стратегий игроками-последователями.

Зависимость между стратегией фирмы-лидера и стратегией фирмы-последователя лежит в основе модели Штакельберга, первоначально разработанной для описания дуополии (Stackelberg, 1934) и впоследствии распространенной на произвольное число фирм (Anderson, Engers, 1992; Linster, 1993; Ino, Matsumura, 2012; Julien, 2018).

В моделях командной игры зависимость стратегий последователей от стратегии лидера может быть обеспечена различными факторами и механизмами. Вопросом о том, как лидер побуждает других членов команды добровольно следовать за ним, одним из первых среди экономистов задался Бенджамин Гермалин в (Hermalin, 1998). Согласно его концепции лидер обладает информационным преимуществом, заключающимся в том, что он один владеет информацией о зависимости величины отдачи от усилий агентов. Рассматриваются два механизма ее использования. Первый состоит в том, что, доводя эту информацию до остальных членов команды и убеждая в ее достоверности, лидер с помощью побочных платежей, величина которых зависит от объемов прилагаемых агентами усилий, влияет на стимулы и, соответственно, на усилия агентов. Второй механизм — лидер убеждает последователей собственным примером. В работе (Hermalin, 1998) показано, что асимметрия информации приводит к предпочтительному по Парето исходу по сравнению с исходом, достигаемым в условиях симметричного распределения информации. В исследовании (Potters, Sefton, Vesterlund, 2007) этот теоретически обнаруженный эффект получил экспериментальное подтверждение.

В статье (Huck, Rey-Biel, 2006) рассматривается команда, состоящая из двух агентов. В математической модели следование за лидером обусловлено особенностью функции полезности агента, в которую наряду с чистым доходом включено отрицательное слагаемое, пропорциональное квадрату отклонения усилий агента от усилий партнера.

[1] См., например, (Grossman, Hart, 1986; Hart, Moore, 1988; Харт, 2001; Скоробогатов, 2007; Тироль, 2000, т. 1, с. 50–54; Фуруботн, Рихтер, 2005, с. 293–301; Шаститко, 2001).

[2] См., например, (Петросян, Зенкевич, Шевкопляс, 2012).

Журнал НЭА, № 1 (49), 2021, с. 53–79

Агент следует за лидером, так как в силу конформизма агента его полезность увеличивается при сокращении разрыва между их усилиями. Имеющиеся многочисленные как полевые свидетельства, так и лабораторные и полевые эксперименты действительно указывают на существование зависимости просоциального поведения от убеждений, а также — на сильное влияние, которое лидер как образец для подражания оказывает на эти убеждения своим поведением (Gächter, Renner, 2018).

В данной статье мы не опираемся на предположение о позитивной роли поведения лидера или об асимметричном распределении информации. Здесь мы, так же, как авторы работ (Gervais, Goldstein, 2007; Kim, 2012), считаем, что зависимость стратегий последователей от наблюдаемой стратегии лидера обусловлена только комплементарностью усилий членов команды и стремлением каждого агента к максимизации собственного индивидуального выигрыша. Так же, как и в этих работах, мы исследуем эндогенное формирование лидерства с помощью механизма *timing decisions*, описанного в работе (Hamilton, Slutsky, 1990) для лидерства по Штакельбергу в условиях дуополии. Наша постановка задачи принципиально отличается тем, что команда состоит из произвольного числа членов и в модели нет принципала, компенсирующего лидеру его издержки, как в работе (Kim, 2012).

Если в работе (Kim, 2012) принципал с помощью условий контракта оказывает на агента влияние, побуждая его занять позицию лидера, в нашей модели побудительные мотивы агентов зависят только от внутренних переменных, а именно от относительных долей в совокупном доходе, предельных производительностей агентов и уровня межличностного доверия. Если в (Gervais, Goldstein, 2007) улучшение по Парето связывается с неадекватной оценкой одним из агентов собственных усилий, т.е. с нерациональным поведением, то мы рассматриваем только рациональных агентов.

Еще одно существенное отличие нашей статьи от других работ, посвященных стратегии по Штакельбергу в командах, заключается в том, что наряду с лидерской структурой мы анализируем не исследованную ранее возможность Парето-улучшения, обусловленную формированием внутри коллектива коалиции, т.е. малой группы доверяющих друг другу единомышленников.

В классической работе М. Олсона (Olson, 1965) производится относительное сравнение эффективности коллективных действий в больших и малых группах. Роль состава группы и общности норм поведения ее членов анализируется в многолетних полевых и лабораторных исследованиях Э. Остром (Остром, 2011). Проблема зависимости эффективности коллективных действий от размера группы исследована в работах (Weimann et al., 2019; Diederich, Goeschl, Waichman, 2016; Nosenzo, Quercia, Sefton, 2015; Esteban, Ray, 2001). Опираясь на выводы, полученные в этих работах, мы предполагаем, что в пределах коалиции проблема морального риска может быть успешно раз-

Журнал НЭА, №1 (49), 2021, с. 53–79

решена[3], и поэтому члены коалиции способны координировать свои усилия в целях максимизации не индивидуальных выигрышей, а коалиционного.

В наших предыдущих работах (Скаржинская, Цуриков, 2017б, 2019б, 2019в) показано, что усилия членов коалиции превышают равновесные, в результате чего индивидуальные выигрыши всех членов команды возрастают. Иначе говоря, в коалиционной игре достигается исход, доминирующий по Парето неэффективное равновесие Нэша, достигаемое в бескоалиционной игре.

В работах (Скаржинская, Цуриков, 2017а, 2017б) мы рассмотрели частный случай несепарабельной функции дохода. Вследствие комплементарности усилий членов команды рост усилий, прилагаемых членами коалиции, приводит к увеличению оптимальных значений усилий других, некооперированных агентов. Коалиция, учитывающая эту зависимость при выборе усилий, осуществляемых ее членами, способна играть в коллективе роль лидера, аналогичную роли лидера Штакельберга при переходе от одновременной игры к последовательной.

Наша работа состоит в теоретическом исследовании возможности лидерства по Штакельбергу в командной игре при условиях:

1) произвольная численность коллектива;
2) функция дохода удовлетворяет только общим, стандартным для неоклассической теории, условиям;
3) коллектив действует в условиях самоорганизации и самоуправления;
4) в команде имеются агенты, способные сотрудничать и объединиться в коалицию для максимизации коалиционного выигрыша.

Цель работы состоит в исследовании существующих в рамках ограничений, налагаемых перечисленными условиями, возможностей для достижения равновесия по Штакельбергу и выявлении связи между двумя факторами: формированием в команде лидерской структуры и образованием коалиции. Нам неизвестны работы, посвященные стратегии Штакельберга в коллективе, в которых учитывается сочетание хотя бы трех из перечисленных условий.

Статья имеет следующую структуру. В разд. 2 описывается базовая модель и равновесие Нэша в одновременной игре. В разд. 3 исследуется равновесие Штакельберга и эндогенное формирование лидерства в команде, где все члены автономны. Мы рассматриваем возможные исходы timing decisions и показываем, что эндогенное формирование лидерской структуры может произойти только случайным образом. Иначе говоря, нельзя уверенно прогнозировать формирование лидерской структуры, если все члены команды автономны.

В разд. 4 показано, как образование коалиции приводит к Парето-улучшению и оказывает стимулирующее воздействие на дру-

[3] Проблема сдерживания оппортунистического поведения в коллективных действиях анализируется в работах (Hilbe, Sigmund, 2010; Carpenter, 2007; Sefton, Shupp, Walker, 2007; Walker, Halloran, 2004).

Журнал НЭА, № 1 (49), 2021, с. 53–79

гих членов коллектива. Эффект стимулирующего воздействия коалиционной стратегии гарантирован, если усилия членов коалиции наблюдаемы другими агентами, и поэтому коалиции выгодно быть лидером по Штакельбергу. Таким образом, образование коалиции, во-первых, проводит к Парето-улучшению и, во-вторых, создает предпосылки для уверенного прогноза достижения равновесия по Штакельбергу с коалицией в роли лидера.

2. Базовая модель. Равновесие Нэша

Обозначим через n число индивидов, составляющих коллектив, в котором путем осуществления индивидуальных усилий $\sigma_1, \ldots, \sigma_n$ создается совокупный доход $D = D(\sigma_1, \ldots, \sigma_n)$. Считаем, что при всех $\sigma_i \in (0, \infty)$, где $i = 1, \ldots, n$, выполняются следующие условия.

1. Величина дохода возрастает с ростом прилагаемых усилий:

$$\partial D / \partial \sigma_i > 0. \tag{1}$$

2. В силу закона убывающей отдачи

$$\partial^2 D / \partial \sigma_i^2 < 0. \tag{2}$$

3. Для того чтобы функции выигрышей имели единственный максимум, функция дохода должна быть строго выпуклой вверх.

4. Чтобы решение не уходило в нуль или на бесконечность, функция дохода должна удовлетворять условиям

$$\lim_{\sigma_i \to 0} \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = \infty, \quad \lim_{\sigma_i \to \infty} \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = 0. \tag{3}$$

5. Предполагаем, что усилия каждого агента оказывают положительное влияние на величину предельного дохода по усилиям любого другого члена коллектива:

$$\frac{\partial^2 D}{\partial \sigma_i \partial \sigma_k} > 0 \quad \text{при} \quad i \neq k\,[4]. \tag{4}$$

На этапе ex ante в коллективе устанавливается правило распределения будущего ожидаемого совокупного дохода D, согласно которому агенту i принадлежит относительная доля α_i: $0 < \alpha_i < 1$, $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1$.

В команде, все члены которой независимо друг от друга осуществляют выбор своей стратегии, каждый индивид определяет объем своих усилий соответственно максимуму собственного индивидуального выигрыша

$$U_i = \alpha_i D(\sigma_i, \sigma_{-i}) - \sigma_i, \quad i = 1, \ldots, n, \tag{5}$$

где σ_{-i} — значение усилий всех членов коллектива за исключением индивида i.

В работе (Скаржинская, Цуриков, 2014) доказано, что в бескоалиционной игре G, в которой выигрыши агентов задаются формулами (5), для любого набора α_i существует, и притом единственное, равновесие Нэша N, определяемое из условий максимума первого порядка для функций U_i, т.е. системой уравнений

$$\alpha_i \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = 1, \quad i = 1, \ldots, n. \tag{6}$$

4 Модели коллективных действий, в которых предполагается, что смешанные производные второго порядка равны нулю, рассмотрены в работах (Скаржинская, Цуриков, 2019а, 2019б). Независимость предельного дохода по усилиям одного агента от усилий другого приводит к тому, что агенты не могут оказывать стимулирующего воздействия на других агентов путем повышения значения своих усилий. В данной статье целью исследования является анализ возможностей агентов посредством выбора своих усилий оказывать влияние на стимулы других членов команды.

Журнал НЭА, №1 (49), 2021, с. 53–79

Используем следующие обозначения: σ_i^N – решение системы (6); D^N – величина совокупного дохода; U^N – суммарный выигрыш всех членов коллектива, U_i^N – индивидуальный выигрыш агента i.

В той же статье показано, что этот равновесный исход не является эффективным по Парето, так как справа от него, т.е. при $\sigma_i > \sigma_i^N$ (при условии, что свои усилия увеличивают не менее двух агентов), находятся Парето-предпочтительные состояния. Следовательно, каждому агенту выгодно, чтобы несколько любых (не исключая и его самого) членов команды совместно увеличили свои усилия по сравнению с их равновесными значениями. Такое увеличение прилагаемых усилий предполагает координацию действий между соответствующими членами команды. Как будет показано дальше, координация может быть достигнута любым из двух способов: в результате кооперации агентов в пределах малой группы (коалиции) или в условиях образования лидера, путем перехода от одновременной игры к последовательной.

Для исследования этих способов координации представим игру в развернутой форме и при фиксированных значениях усилий σ_i агента i рассмотрим подыгру с начальной позицией σ_i. В этой подыгре агенты j с $j \neq i$ выбирают собственные стратегии, максимизируя свои выигрыши при заданном значении σ_i. Равновесие Нэша в данной подыгре находится из системы уравнений

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma_j} = \frac{1}{\alpha_j}, \ j \neq i. \tag{7}$$

Она также, как и система (6), имеет единственное решение, определяющее значения усилий каждого агента $j \neq i$ как функцию переменной σ_i. Обозначим это решение как

$$\sigma_j = R_j(\sigma_i), \ j \neq i. \tag{8}$$

Смысл функций (7) раскрывается очень просто: если бы агенты $j \neq i$ знали, что агент i произведет усилия в объеме σ_i, то их оптимальные ответы на это значение определялись бы как функции $\sigma_j = R_j(\sigma_i)$. Следовательно, функции (8) являются функциями оптимальных ответов агентов $j \neq i$ на стратегию агента i.

Подставляя в (6) выражения $\sigma_j = R_j(\sigma_i)$, получим систему уравнений для усилий членов команды в исходе N в равносильной форме:

$$\frac{dD}{d\sigma_i}\big(\sigma_i, R_{-i}(\sigma_i)\big) = \frac{1}{\alpha_i}, \ \ i = 1, \dots, n. \tag{9}$$

Так как при выполнении условия комплементарности усилий (4) все (для $j \neq i$) функции $\dfrac{\partial D}{\partial \sigma_j}(\sigma_i, \sigma_{-i})$ являются возрастающими по σ_i, то возрастают по этой переменной и решения системы (7). Иначе говоря, комплементарность усилий агентов влечет за собой справедливость неравенств

$$\frac{dR_j}{d\sigma_i} > 0, \ j \neq i, \tag{10}$$

означающих, что при повышении усилий любого члена команды все остальные в целях максимизации собственных индивидуальных выигрышей увеличивают свои усилия.

Журнал НЭА, № 1 (49), 2021, с. 53–79

Примем без доказательства допущение, что все функции $dR_j / d\sigma_i > 0$ не возрастают по σ_i, заметив только, что предположение об их возрастании плохо согласуется с законом убывающей отдачи.

Далее мы исследуем переход от равновесия Нэша к равновесию, совершенному по подыграм в последовательной игре.

3. Лидерство по Штакельбергу в группе автономных агентов

3.1. Равновесие, совершенное по подыграм

Рассмотрим последовательную игру, в которой один из членов команды (агент *i*, лидер) первым осуществляет усилия в некотором объеме σ_i, а остальные члены команды (последователи) с учетом наблюдаемого значения σ_i выбирают свои стратегии, максимизирующие их выигрыши. Как показано в разд. 2, оптимальные стратегии последователей определяются формулами (8).

Различие между одновременной игрой *G* и последовательной игрой, являющейся ее расширением, состоит в том, что лидер, зная функции наилучших ответов своих последователей, может выбирать значение σ_i из условий максимума своего выигрыша, т.е. использовать стратегию Штакельберга. Оптимальную стратегию лидера найдем методом обратной индукции.

Рассмотрим множество профилей стратегий

$$\left(\sigma_i, R_{-i}(\sigma_i)\right),\ \sigma_i \in (0, \infty)\,. \tag{11}$$

Каждый профиль определяется значением усилий лидера σ_i и оптимальными ответами последователей на эту стратегию. На множестве профилей (11) функция совокупного дохода может быть представлена формулой

$$D = D\left(\sigma_i, R_{-i}(\sigma_i)\right). \tag{12}$$

Запишем полную производную от дохода (12):

$$\frac{dD}{d\sigma_i} = \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} + \sum_{j \neq i} \frac{\partial D}{\partial R_j} \frac{dR_j}{d\sigma_i}\,. \tag{13}$$

Так как все последователи максимизируют свои индивидуальные выигрыши, то выбираемые ими размеры усилий $\sigma_j = R_j(\sigma_i)$ удовлетворяют уравнениям (7), с учетом которых выражение (13) принимает вид:

$$\frac{dD}{d\sigma_i} = \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} + \sum_{j \neq i} \frac{1}{\alpha_j} \frac{dR_j}{d\sigma_i}. \tag{14}$$

Функция в левой части (14) определяет предельный доход от усилий лидера. В соответствии с законом убывающей отдачи данная функция должна убывать по переменной σ_i. Это условие будет обеспечено выполнением неравенств (2) в совокупности с неравенствами $d^2 R_j / d\sigma_i^2 \le 0$, которые мы введем в качестве дополнительного условия. (В Приложении в п. 3 доказано, что данные условия справедливы для частного случая спецификации функции совокупного дохода.)

Выигрыш лидера $U_i(\sigma_i) = \alpha_i D(\sigma_i) - \sigma_i$ достигает максимума при условии

Журнал НЭА, №1 (49), 2021, с. 53–79

$$\frac{dU_i}{d\sigma_i}=0\Rightarrow\frac{\partial D}{\partial\sigma_i}+\sum_{j\neq i}\frac{1}{\alpha_j}\frac{dR_j}{d\sigma_i}=\frac{1}{\alpha_i}. \quad (15)$$

Другими словами, уравнение (15) определяет оптимальную стратегию лидера.

В силу принятого допущения, что все функции $dR_j\,/\,d\sigma_i$ не возрастают по σ_i, уравнение (15) имеет единственное решение, которое мы обозначим как σ_i^L. Профиль стратегий $\left(\sigma_i^L, R_{-i}(\sigma_i^L)\right)$ соответствует равновесию Штакельберга с лидерством игрока *i*. Обозначим это равновесие как исход $\hat{S}_i$, величину совокупного дохода в этом исходе – D_i^L, выигрыш агента *i* как лидера – через U_i^L. Усилия последователей в этом исходе – $\sigma_j=R_j(\sigma_i^L),\ j\neq i$.

Покажем, что усилия каждого члена команды в исходе $\hat{S}_i$ выше, чем в исходе *N*. Для этого сравним уравнение (15) с соответствующим уравнением (6) для оптимальной стратегии агента *i* в одновременной игре *G*. Правые части этих уравнений одинаковы, а стоящая в левой части уравнения (15) частная производная $\partial D\,/\,\partial\sigma_i$ определяется только значением σ_i, и она меньше, чем в левой части уравнения (6). Отсюда в силу условия (2) следует, что являющаяся решением уравнения (15) величина усилий агента *i*, выступающего в роли лидера, выше величины решения системы (6), представляющего его же усилия в равновесии Нэша, т.е. $\sigma_i^L>\sigma_i^N$.

Так как все функции $\sigma_j=R_j(\sigma_i^L)$ с $j\neq i$ возрастают по σ_i, увеличение усилий лидера приводит к росту усилий последователей. Таким образом, мы доказали неравенства

$$\sigma_i^L>\sigma_i^N\ ,\quad \sigma_j=R_j(\sigma_i^L)>\sigma_j^N\ ,\ j\neq i\ , \quad (16)$$

означающие, что размеры усилий, прилагаемых каждым членом команды, в равновесии Штакельберга выше, чем в равновесии Нэша.

Теперь покажем, что выигрыш каждого последователя в равновесии Штакельберга больше, чем в равновесии Нэша. Для этого найдем полную производную от функции выигрыша последователя, которая имеет вид $U_k(\sigma_i)=\alpha_k D-R_k(\sigma_i)$, тогда

$$\frac{dU_k}{d\sigma_i}=\alpha_k\left(\frac{\partial D}{\partial\sigma_i}+\sum_{j\neq i}\frac{1}{\alpha_j}\frac{dR_j}{d\sigma_i}\right)-\frac{dR_k}{d\sigma_i}=\alpha_k\left(\frac{\partial D}{\partial\sigma_i}+\sum_{j\neq i,\,j\neq k}\frac{1}{\alpha_j}\frac{dR_j}{d\sigma_i}\right),\ k\neq i\ . \quad (17)$$

Так как все слагаемые в правой части (17) положительны, функция выигрыша каждого последователя является возрастающей по усилиям лидера. Соответственно, в силу неравенства (16) получаем $U_k(\sigma_i^L)>U_k(\sigma_i^N)$ для любого $k\neq i$.

Выигрыш лидера в равновесии по Штакельбергу достигает максимума на всем множестве значений $\sigma_i\in(0,\infty)$. В силу единственности максимума соответствующей функции он выше, чем в равновесии Нэша.

Таким образом, мы можем сформулировать следующий вывод. В равновесии Штакельберга значения и усилий каждого члена команды, и индивидуальных выигрышей всех членов команды больше, *чем в равновесии Нэша*[5].

[5] К аналогичным выводам приходят: (Hermalin, 1998) – на примере функции совокупного дохода более частного вида и с учетом фактора неопределенности; (Gervais, Goldstein, 2007; Huck, Rey-Biel, 2006) – для случая двух агентов; (Kim, 2012) – в условиях компенсации со стороны принципала.

Журнал НЭА, № 1 (49), 2021, с. 53–79

Поскольку в нашей модели нет принципала или другого внешнего агента, способного назначить лидером одного из членов команды, лидер может быть определен только эндогенно и, соответственно, только добровольно. На формирование лидерства влияют предпочтения агентов в выборе своей позиции в паре лидер–последователь, т.е. выбор агента зависит от того, кем выгоднее ему быть — лидером или последователем.

Чистый доход агента i, который он получит, заняв позицию лидера, равен $U_i^L = \alpha_i D_i^L - \sigma_i^L$. Если лидером станет агент j, то он произведет усилия σ_j^L, а совокупный доход примет значение D_j^L. При этом агент i в качестве последователя агента j произведет усилия $R_i(\sigma_j^L)$. Следовательно, агент i в качестве последователя агента j получит чистый доход в размере $U_i^F = \alpha_i D_j^L - R_i(\sigma_j^L)$.

Агенту i выгоднее быть лидером, чем последователем агента j, если выполняется неравенство $U_i^L \geq U_i^F(j)$. В противном случае агенту i выгоднее быть последователем агента j. Очевидно, что агенту i выгоднее быть лидером, чем последователем любого другого члена команды, если справедливо неравенство

$$U_i^L \geq \max_{j \neq i} U_i^F(j). \qquad (18)$$

Поэтому условие (18) можно рассматривать в качестве достаточного для выбора рациональным агентом i роли лидера.

Агент i не имеет стимула для стремления стать лидером, если

$$U_i^L \leq \min_{j \neq i} U_i^F(j). \qquad (19)$$

Поэтому условие (19) можно интерпретировать как достаточное для предпочтения агентом i роли последователя. Соответственно, условие

$$U_i^L > \min_{j \neq i} U_i^F(j) \qquad (20)$$

следует рассматривать как необходимое для выбора агентом i роли лидера.

Рассмотрим частный случай. Для этого нам потребуется ввести понятие идентичных агентов, обозначающее агентов, имеющих равные доли в величине совокупного дохода и оказывающих на него своими усилиями одинаковое влияние. Другими словами, при любых равных усилиях этих агентов величина предельного по их усилиям дохода принимает одно и то же значение. В Приложении доказана теорема, согласно которой выигрыш лидера по Штакельбергу ниже выигрыша идентичного ему агента-последователя. Причина более низкого выигрыша лидера кроется в том, что при равных с идентичным агентом-последователем долях в доходе лидер осуществляет больше усилий. Иначе говоря, издержки лидера выше[6]. Теорема утверждает, что если коллектив однороден, т.е. все члены коллектива идентичны, для выигрыша каждого из них справедливо неравенство (19), согласно которому никому невыгодно становится лидером по Штакельбергу. Отсюда

[6] Отметим, что в работе (Préget, Nguyen-Van, Willinger, 2016), посвященной экспериментальному изучению агентов, производящих общественное благо в последовательной игре, авторы приходят к выводу о том, что вклад добровольных лидеров вне зависимости от их поведенческих типов всегда выше вкладов последователей.

Журнал НЭА, №1 (49), 2021, с. 53–79

следует вывод: в однородном коллективе, состоящем только из рациональных и идентичных агентов, которые автономно выбирают объемы прилагаемых ими усилий, достижение равновесия по Штакельбергу является случайным событием.

Полученные в п. 3.1 результаты используем для исследования эндогенного формирования лидерства в команде.

3.2. Эндогенное лидерство по Штакельбергу

Эндогенное формирование лидерства в команде в условиях, в некоторой степени близких к условиям нашей работы, исследовалось в (Kim, 2012; Gervais, Goldstein, 2007; Huck, Rey-Biel, 2006). Применяемый здесь эндогенный механизм формирования лидерства опирается на концепцию *timing decisions*, разработанную в статье (Hamilton, Slutsky, 1990) для формирования лидерства по Штакельбергу в условиях дуополии. Авторы анализируют вариант отложенных действий и вариант объявленного действия.

В обоих вариантах предполагается, что прежде всего агенты договариваются о длительности двух последовательных временных периодов — первом и втором. В первом периоде каждый агент независимо от других выбирает одну из двух стратегий: активность или выжидание. Применительно к нашей работе, активность агента заключается в том, что он прилагает усилия в первом периоде. Агент, следующий стратегии выжидания, прилагает свои усилия только во втором периоде.

Каждый агент, выбравший первую стратегию, не располагает информацией о выборе остальных членов коллектива. Особенность второй стратегии состоит в том, что выбравшие ее агенты получают информационное преимущество, так как они максимизируют свои выигрыши уже с учетом знания об объемах усилий тех агентов, которые проявили активность в первом периоде.

Лидерство по Штакельбергу складывается только в тех случаях, когда в течение первого периода активность проявит только один агент i. Тогда во втором периоде все остальные члены команды выберут значения своих усилий в зависимости от приложенных им усилий σ_i. Отсюда следует, что агент i, проявляя активность в первом периоде, рассчитывает занять позицию лидера по Штакельбергу и, следовательно, оптимальным значением его усилий будет величина $\sigma_i = \sigma_i^L$.

Второй вариант *timing decisions* отличается от первого варианта только тем, что агенты перед началом первого периода могут предварительно объявить о своих действиях в этом периоде. В (Hamilton, Slutsky, 1990) подчеркивается, что объявленное действие должно быть принято всеми остальными игроками, что возможно только в том случае, когда оно является обязательным для исполнения.

Рассмотрим, к каким результатам может привести игра в режиме *timing decision* с двумя периодами применительно к нашей модели. В пер-

Журнал НЭА, № 1 (49), 2021, с. 53–79

вом периоде каждый член команды в автономном режиме выбирает одну из двух стратегий: выжидать или производить усилия в размере[7] σ_i^L, $i = 1, \dots, n$. Очевидно, что число исходов первого периода равно 2^n, и такому же числу равно число исходов игры. Разобьем множество исходов на три группы.

1. Исход, к которому приводит выбор всеми игроками стратегии выжидания в первом периоде. Тогда во втором периоде игроки оказываются в ситуации одновременной игры, описанной в разд. 2 и имеющей единственное равновесие Нэша. В этом исходе, который мы обозначим «0», игроки получают чистый доход в размере U_i^N, $i = 1, \dots, n$.

2. Группа исходов, к которым приводит использование стратегии активности в первом периоде только одним игроком i, а всеми остальными игроками — стратегии выжидания. Тогда во втором периоде игроки наблюдают усилия σ_i^L, произведенные игроком i в первом периоде, и выбирают свои усилия равными $\sigma_j = R_j(\sigma_i^L)$. Таким образом, исход является равновесным по Штакельбергу с лидерством игрока i. Данную группу исходов, равновесных по Штакельбергу, обозначим через $\{S_i\}$. В каждом из n исходов этой группы, как показано в п. 3.1, индивидуальные выигрыши всех членов команды выше, чем в равновесии Нэша.

3. Группа исходов, когда стратегию активности в первом периоде применяют несколько автономных игроков, а стратегию выжидания — остальные. В каждом исходе из этой группы, которую мы обозначим через M, игроки, выжидавшие в первом периоде, выбирают свои стратегии на основе наблюдаемых ими усилий σ_i^L активных игроков из первого периода. В результате этой стратегии все члены команды производят усилия более высокие, чем в равновесии Нэша, вследствие чего чистые доходы некоторых членов команды выше, чем в равновесии Нэша. Тем не менее усилия игроков, проявивших активность в первом периоде, не являются оптимальными, так как определяются без учета усилий других игроков в том же первом периоде. Поэтому равновесие по Штакельбергу в исходах этой группы не достигается.

Так же, как в работах (Hamilton, Slutsky, 1990; Huck, Rey-Biel, 2006), методом обратной индукции можно установить, что все исходы $\{S_i\}$ являются равновесными, совершенными по подыграм (SPE). Исходы «0» и M не являются SPE.

Как видно, исход игры зависит от стратегий всех игроков в первом периоде. В том частном случае, в котором у каждого члена команды имеется идентичный агент, для каждого игрока наилучшей является стратегия выжидать, если другой игрок проявляет активность, и проявить активность, если все остальные выжидают. Мотивом для проявления активности может служить опасение, что остальные игроки также не проявят активности, и в результате реализуется исход «0». В течение первого периода каждый игрок не знает, проявят ли активность другие игроки, поэтому делает выбор в условиях неопределенности. Если

[7] Осуществление усилий в любом размере, отличном от усилий лидера, не будет оптимальным. Действительно, если все партнеры агента i не проявляют активности в первом периоде, то оптимальное значение его усилий равно σ_i^L. Если же хотя бы один партнер агента i проявит активность в первом периоде, то его оптимальным ответом будет стратегия выжидания.

Журнал НЭА, №1 (49), 2021, с. 53–79

игрок чувствителен к риску и руководствуется при выборе критерием Вальда (максимин), он проявит активность в первом периоде. Таким образом, исход игры зависит от предпочтений игроков в позиции лидер–последователь, от их чувствительности к риску, от множества субъективных гипотез относительно проявления активности другими участниками игры.

Эндогенное формирование лидерства с помощью механизма *timing decision* с двумя периодами является некооперативной игрой, в которой каждый участник осуществляет выбор одной из двух стратегий. Первая состоит в том, что игрок проявляет активность в первом периоде с усилием σ_i^L. Вторая заключается в том, что игрок выжидает в первом периоде, чтобы во втором периоде максимизировать свой выигрыш на основе информации о значениях усилий игроков, проявивших активность в первом периоде. Поскольку в данной игре число игроков и число стратегий конечны, игра удовлетворяет условиям теоремы Нэша. Следовательно, существует по крайней мере одно равновесие Нэша в смешанных стратегиях. В Приложении, п. 2, приведены уравнения, из которых можно найти равновесные смешанные стратегии. Доказано, что игра имеет также n равновесий в чистых стратегиях. Каждому из равновесий соответствует исход, равновесный по Штакельбергу, но реализация равновесия в чистых стратегиях основана на уверенности одного агента в том, что все его партнеры не проявят активности в первом периоде.

Теперь рассмотрим, как повлияет на прогноз исходов игры ее расширение с использованием объявленного действия. В (Kim, 2012) показано, что объявленное действие (автор использует термин «pre-commitment») позволяет более уверенно прогнозировать равновесие Штакельберга по сравнению с механизмом отложенных действий, но при этом подчеркнуто, что эффект pre-commitment достигается только при условии, что оно принято другими агентами. Таким образом, объявление агента о намерении проявить активность в первом периоде, будет принято другими агентами, если оно носит характер обязывающего соглашения (binding agreement). Авторы (Huck, Rey-Biel, 2006) справедливо заключили, что в отсутствие внешнего контроля агенты не могут достичь выполнения обязывающего соглашения, так как в противном случае исчезла бы проблема безбилетника. Обязывающее соглашение будет достигнуто в том случае, когда его исполнение выгодно агенту, взявшего на себя предварительное обязательство, и об этом знают все остальные участники игры. Тогда объявленное действие не требует контроля и становится самовыполняемым контрактом. Покажем, что такой вариант возможен в рамках нашей модели.

Предположим, что среди членов команды есть особенный агент – для него, и только для него, справедливо неравенство (18), т.е. только ему выгоднее быть лидером, чем последователем любого другого члена команды[8]. Тогда особенный агент заинтересован про-

[8] В Приложении, п. 3, для частного случая функции совокупного дохода найдены условия, при которых в коллективе существует особенный агент. Показано, что такой агент (если он существует) может быть только один.

Журнал НЭА, № 1 (49), 2021, с. 53–79

явить активность в первом периоде. Выбрав активную стратегию, он станет лидером по Штакельбергу во втором периоде, а остальные члены команды станут его последователями. Следовательно, особенному агенту выгодно предварительно объявить о намерении проявить активность. Вопрос, будет ли объявление особенного агента принято другими членами команды в качестве достоверного, снимается довольно просто. Если он вопреки объявленной активности ее не проявит, то либо реализуется исход «0», либо он окажется чьим-то последователем. Оба исхода ему невыгодны. Значит, предварительное объявление активности — это самовыполняющееся соглашение, и поэтому оно будет принято другими игроками. Поскольку заинтересованность особенного игрока в роли лидера является общим знанием, то его объявление о намерении проявить активность в первом периоде будет воспринято другими членами команды в качестве достоверного обещания.

На основании полученных в разд. 3 результатов мы можем сделать следующий вывод. Для того чтобы гарантированно прогнозировать достижение коллективом автономных и рациональных агентов равновесия по Штакельбергу, необходимо выполнение следующих условий, эквивалентных наличию особенного агента. Если коллектив состоит из автономных и рациональных агентов, уверенно прогнозировать, что исходом последовательной игры будет равновесие Штакельберга, можно лишь при условиях:

1) обязательное наличие в команде особенного агента, идентичного которому в команде нет;
2) для выигрыша этого агента справедливо неравенство (18);
3) агент, удовлетворяющий этим двум условиям, — единственный в команде[9].

Так как сочетание этих факторов носит в значительной степени случайный характер, то в команде автономных агентов эндогенное формирование лидерства по Штакельбергу может осуществиться только случайным образом[10].

4. Лидерская структура с участием коалиции

4.1. Равновесие в одновременной игре с участием коалиции

Обратимся к рассмотрению другого варианта Парето-улучшения. Он основан на расширении игры, допускающем объединение некоторых членов команды в коалицию, т.е. в небольшую группу агентов[11], осуществляющих единую коалиционную стратегию в целях

[9] Хотелось бы напомнить, что в (Hermalin, 1998, p. 1189), рассматривая поведение лидера, автор приводит в качестве примера отказ И. Сталина покинуть Москву в тяжелые для нее дни 1941 г., что оказало положительное влияние на ее оборону. Как видно, сформулированные нами три условия для особенного агента находятся в несомненном согласии с теми требованиями, которые в (Hermalin, 1998) предъявляют лидеру.

[10] Отметим, что данный вывод согласуется с работой (Kim, 2012), где только один член команды добровольно выбирает роль лидера по Штакельбергу с условиями контракта, создающими для него дополнительный стимул.

[11] Все члены коалиции будут следовать коалиционной стратегии при условии, что в коалиции тем или иным способом решена проблема оппортунизма. Методы решения этой проблемы и ее зависимость от размера коалиции рассмотрены в большом числе работ, например (Остром, 2011; Olson, 1965; Nosenzo, Quercia, Sefton, 2015; Walker, Halloran, 2004). Мы рассматривали эту проблему применительно к нашей модели коллективных действий в работе (Скаржинская, Цуриков, 2019в). Здесь же предполагается, что оппортунизм внутри коалиции преодолен.

Журнал НЭА,
№ 1 (49), 2021,
с. 53–79

максимизации коалиционного выигрыша. В работе (Скаржинская, Цуриков, 2019в) для случая сепарабельной функции дохода мы исследовали проблему морального риска внутри коалиции и проблему безбилетника во взаимодействии коалиции с остальными членами команды. Мы доказали, что в игре, в которой коалиция выступает единым агрегированным игроком, имеется равновесие Нэша и оно предпочтительнее по Парето относительно равновесия Нэша, достигаемого в бескоалиционной игре. В (Скаржинская, Цуриков, 2017а, 2017б) данное утверждение доказано для частного случая несепарабельной функции дохода. Теперь мы рассмотрим общий случай несепарабельной функции дохода.

Предположим, что в большой группе автономных игроков образовалась подобная коалиция. Процесс ее образования, так же, как и механизм, препятствующий проявлению оппортунизма внутри коалиции, представляет отдельную проблему, которую в данной статье мы не рассматриваем.

Используем следующие обозначения: С – коалиция; *NC* – члены коллектива, не вошедшие в коалицию (некооперированные агенты); $[\sigma_i], i \in C$ – кортеж значений усилий членов коалиции; $[\sigma_j], j \in NC$ – кортеж значений усилий некооперированных агентов; $\alpha_C = \sum_{i \in C} \alpha_i$ – относительная доля коалиции в общем доходе *D*. Выражение для коалиционного выигрыша запишем в виде:

$$U_C = \alpha_C D([\sigma_i], [\sigma_j]) - \sum_{i \in C} \sigma_i. \tag{21}$$

Условия максимума коалиционного выигрыша (21) –

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = \frac{1}{\alpha_C}, \quad i \in C. \tag{22}$$

Некооперированные агенты выбирают объемы своих усилий из условий максимума индивидуальных выигрышей, из которых следуют уравнения, аналогичные уравнениям (6):

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma_j} = \frac{1}{\alpha_j}, \quad j \in NC. \tag{23}$$

Аналогично разд. 2 обозначим решение систем (22)–(23) для усилий некооперированных агентов в виде системы функций оптимальных ответов

$$\sigma_j = R_j([\sigma_i]), \ i \in C, \ j \in NC. \tag{24}$$

Как следует из (10), функции $\sigma_j = R_j([\sigma_i])$ возрастают по всем переменным $[\sigma_i], i \in C$.

Совокупность систем (22) и (23) имеет единственное решение, и, соответственно, новая игра имеет единственный равновесный исход $\hat{C}$; $\sigma_i^{\hat{C}}$ и $\sigma_j^{\hat{C}}$ – соответственно усилия кооперированных и некооперированных агентов в этом исходе, $i \in C$; $j \in NC$; $D^{\hat{C}}$ – величина совокупного дохода; $U_C^{\hat{C}}$ – значения выигрышей коалиции; $U_i^{\hat{C}}$ и $U_j^{\hat{C}}$ – значения выигрышей агентов.

Журнал НЭА,
№ 1 (49), 2021,
с. 53–79

Покажем, что исход $\hat{C}$ доминирует по Парето над исходом *N*, и в нем выполняются неравенства:

$$\sigma_i^{\hat{C}} > \sigma_i^N,\ i \in C;\ \ \sigma_j^{\hat{C}} > \sigma_j^N,\ j \in NC; \tag{25}$$

$$U_j^{\hat{C}} > U_j^N,\ j \in NC;\ U_C^{\hat{C}} > U_C^N = \sum_{i \in C} U_i^N. \tag{26}$$

Сравним совместное решение систем (22) и (23), определяющее исход Ĉ, с решением системы (6), отвечающим исходу *N*. Можно считать, что система (22)–(23) образована из (6) заменой в правых частях уравнений величин $\alpha_i, i \in C,$ на превышающую их величину $\alpha_C = \sum_{i \in C} \alpha_i$. Так как решение системы (6), согласно (2), положительно зависит от значений α_k, эта замена приводит к более высоким значениям[12] решений σ_i.Таким образом, справедливы неравенства $\sigma_i^{\hat{C}} > \sigma_i^N,\ i \in C$. А так как, согласно (10), усилия некооперированных агентов определяются как возрастающие функции от усилий членов коалиции, то справедливы неравенства $\sigma_j^{\hat{C}} > \sigma_j^N,\ j \in NC$. Данные неравенства отражают стимулирующее воздействие, оказываемое коалиционной стратегией на усилия некооперированных агентов.

Из неравенств (25), согласно условию (1), следует $D^{\hat{C}} > D^N$. Так как каждая функция выигрыша ($U_j,\ U_C$) имеет единственный максимум, их максимумы в исходе Ĉ превышают соответствующие максимумы, достигаемые в исходе *N*, т.е. неравенства (26) справедливы.

В силу того что коалиционный доход обладает свойством трансферабельности, существует непустое множество способов дележа дохода внутри коалиции С, удовлетворяющее неравенствам

$$U_i^{\hat{C}} > U_i^N,\ \ i \in C. \tag{27}$$

Таким образом, мы приходим к выводу: в командной игре при наличии коалиции, члены которой максимизируют коалиционный выигрыш, имеется равновесие Нэша, являющееся предпочтительным по Парето относительно равновесия Нэша, существующего в бескоалиционной игре.

4.2. Коалиция как лидер по Штакельбергу

Исход Ĉ является равновесным только в том случае, в котором все некооперированные агенты максимизируют свои индивидуальные выигрыши, исходя из предположения, что все члены коалиции выбирают значения своих усилий на основе критерия максимума U_C – чистого дохода коалиции, т.е. из систем уравнений (22)–(23). Если же некооперированные агенты исходят из гипотезы, что все члены коалиции максимизируют свои индивидуальные чистые доходы, оптимальной реакцией некооперированных агентов будут усилия $\sigma_j = R_j([\sigma_i^N]) = \sigma_j^N$, $j \in NC$. Следовательно, необходимой предпосылкой для стимулирующего воздействия коалиционной стратегии является уверенность некооперированных агентов в том, что все члены коалиции придерживаются коалиционной стратегии. Если такой уверенности нет, то некооперированные агенты могут произвести усилия в размерах σ_j^N.

[12] Строгое доказательство теоремы о возрастании всех переменных, образующих решение системы (6), при уменьшении значения хотя бы одного из параметров, представляющих собой ее правые части, приводится нами в работе (Скаржинская, Цуриков, 2020).

Журнал НЭА, №1 (49), 2021, с. 53–79

В результате совокупный доход будет меньше, чем $D^{\hat{C}}$, и выигрыш коалиции будет ниже $U_C^{\hat{C}}$. Некооперированные агенты будут уверены в том, что все члены коалиции произведут усилия в размере σ_i^C, $i \in C$, если эти усилия будут наблюдаемы. Следовательно, члены коалиции заинтересованы в том, чтобы их усилия были наблюдаемы.

Заметим, что некооперированные агенты могут испытывать сомнения в формировании такой коалиции, все члены которой намерены максимизировать коалиционный выигрыш. Дело в том, что члены некоторой группы агентов могут объявить о себе как о коалиции, тогда как в действительности они максимизируют свои индивидуальные выигрыши. Если при этом некооперированные агенты поверят в существование коалиции, то они произведут усилия $\sigma_j^{\hat{C}} > \sigma_j^N$, $j \in NC$, в результате чего выигрыши членов псевдокоалиции увеличатся, а выигрыши некооперированных агентов уменьшатся. Возможность подобной игры подрывает уверенность некооперированных агентов в том, что все члены коалиции приложат усилия $\sigma_i^{\hat{C}} > \sigma_i^N$, если эти усилия ненаблюдаемы.

Таким образом, необходимой предпосылкой для стимулирующего воздействия коалиционной стратегии выступает уверенность некооперированных агентов в том, что коалиция не является фиктивной и для ее членов критерием оптимальности служит коалиционный выигрыш. В последовательной игре такая уверенность образуется в случае, если члены коалиции производят свои усилия до момента, когда это сделают некооперированные агенты. Другими словами, коалиция (если она не является фиктивной) заинтересована в первом ходе, а значит, в лидерстве по Штакельбергу. Рассмотрим последовательную игру, одним из участников которой будет коалиция. Как мы только что убедились, коалиция – это игрок, заинтересованный в первом ходе, т.е. в лидерстве по Штакельбергу. В этом качестве коалиция способна не только оказывать стимулирующее воздействие на некооперированных агентов, но и инкорпорировать функции оптимальных ответов со стороны некооперированных агентов в свою функцию выигрыша.

В равновесии Штакельберга, в котором позицию лидера занимает коалиция как агрегированный игрок, а все некооперированные агенты являются ее последователями, оптимальные усилия членов коалиции определяются из уравнений, аналогичных уравнению (15), за одним исключением: в правой части уравнений величина $1/\alpha_i$ заменяется величиной $1/\alpha_C$. В результате мы получаем следующие уравнения для усилий членов коалиции в равновесии Штакельберга

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma_i} + \sum_{j \in NC} \frac{1}{\alpha_j} \frac{dR_j}{d\sigma_i} = \frac{1}{\alpha_C}, \ i \in C. \tag{28}$$

Обозначим равновесие Штакельберга, в котором позицию лидера занимает коалиция *C*, как исход $\hat{S}$; $\sigma_i^{\hat{S}}, i \in C$ и $\sigma_j^{\hat{S}}, j \in NC$ – усилия игроков вне коалиции в этом исходе; $D^{\hat{S}}$ – величина совокупного

Журнал НЭА, № 1 (49), 2021, с. 53–79

дохода; $U_C^{\hat{S}}$ – значения выигрышей коалиции; $U_i^{\hat{S}}$ и $U_j^{\hat{S}}$ – значения выигрышей агентов.

Сравнивая исход $\hat{S}$ с исходом одновременной игры $\hat{C}$, мы опираемся на доказательства, использованные в п. 3.1 для сравнения равновесия по Штакельбергу в бескоалиционной игре с равновесием Нэша. В результате мы приходим к выводу, аналогичному полученным в п. 3.1: если коалиция C является лидером, то равновесие Штакельберга $\hat{S}$ доминирует по Парето над исходом Ĉ – равновесием Нэша в одновременной коалиционной игре.

Рассмотрим эндогенное формирование лидерства в командной игре, одним из участников которой будет коалиция. Как мы показали выше, коалиции выгодно делать первый ход. Если в команде нет другого игрока, которому выгодно быть лидером, то эндогенное лидерство по Штакельбергу может формироваться путем *timing decision* с объявленным действием. При этом механизме принятия решений предполагается следующий порядок действий.

1. Перед началом игры коалиция произведет *action commitment*, т.е. объявит, что в первом периоде члены коалиции произведут усилия в размерах $\sigma_i^{\hat{S}}$, $i \in C$. Это обещание является самовыполняющимся и выгодным всем некооперированным агентом, и, соответственно, оно будет ими принято.

2. В первом периоде члены коалиции производят усилия в обещанных размерах, а некооперированные агенты выжидают.

3. Во втором периоде все некооперированные агенты, убедившись в выполнении членами коалиции своих обещаний, производят усилия, максимизирующие их индивидуальные выигрыши. В результате достигается равновесие Штакельберга, т.е. исход $\hat{S}$.

В частном случае однородной команды можно утверждать, что образование коалиции обязательно влечет за собой, по крайней мере в режиме последовательной игры с объявленным действием, достижение равновесия по Штакельбергу с коалицией в роли лидера.

Таким образом, при наличии в команде коалиции, члены которой максимизируют коалиционный выигрыш, эндогенное формирование лидерства по Штакельбергу можно прогнозировать более уверенно, чем в команде автономных агентов.

Заключение

Для случая произвольного числа членов команды и произвольной функции дохода, удовлетворяющей закону убывающей отдачи и обеспечивающей комплементарность усилий членов команды, исследованы два варианта формирования асимметричной структуры в командной игре. Первый вариант предполагает расширение игры и формирование в последовательной игре автономных агентов лидерства по Штакельбергу. Второй вариант предполагает локальную кооперацию членов команды, т.е. образование в ней малой группы (коали-

Журнал НЭА, №1 (49), 2021, с. 53–79

ции), члены которой максимизируют не индивидуальные выигрыши, а коалиционный. Было показано, что оба пути приводят к Парето-улучшению результатов командной игры.

В команде, где все члены автономны, эндогенное формирование лидерства в общем случае приводит к равновесию Штакельберга лишь при случайном стечении нескольких факторов. Причина заключается в том, что для уверенного прогнозирования успешной реализации стратегии Штакельберга в команде обязательно должен быть один и только один особенный агент, которому выгодно быть лидером по Штакельбергу. Если такого агента в команде нет (см. Приложение), то каждый член команды идентичен и быть лидером ни одному из них невыгодно. Наличие же в коллективе нескольких претендентов на роль лидера может приводить к Парето–предпочтительному исходу относительно равновесного по Нэшу, но не позволяет достичь равновесия по Штакельбергу. Соответственно, во всех подобных случаях лидерство по Штакельбергу может сложиться только случайным образом.

Исследование второго варианта Парето-улучшения показало, что образование коалиции, во-первых, оказывает стимулирующее воздействие на некооперированных членов команды, во-вторых, изменяет структуру, в которой эндогенно формируется лидерство. Коалиция является игроком, заинтересованным в том, чтобы усилия ее членов были наблюдаемы, и, следовательно, она выигрывает от права первого хода. Так как в общем случае автономные игроки не заинтересованы в первом ходе, то при эндогенном формировании лидерства коалиция становится единственным игроком, претендующим на роль лидера, и можно уверенно прогнозировать равновесие Штакельберга, если лидерская структура формируется с помощью механизма *timing decision* с объявленным действием.

Таким образом, наиболее эффективным путем Парето-улучшения является сочетание локальной кооперации и лидерства. Локальная кооперация членов команды приводит к образованию коалиции, которая при эндогенном формировании лидерства будет естественным лидером по Штакельбергу в последовательной игре.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Напомним, что мы называем членов команды идентичными агентами, если они имеют равные доли в совокупном доходе и оказывают своими усилиями одинаковое влияние на его величину (т.е. при осуществлении ими любых равных усилий предельный доход по их усилиям принимает равные значения).

Теорема. *Пусть функция дохода удовлетворяет перечисленным в разд. 2 условиям 1–5. Предположим, что в команде среди автономных агентов имеется не менее двух идентичных. Докажем, что выигрыш лидера по Штакельбергу ниже выигрыша идентичного агента-последователя.*

Журнал НЭА, № 1 (49), 2021, с. 53–79

Доказательство. Предположим, что в команде агенты 1 и 2 идентичны. Тогда справедливы следующие равенства и обозначения:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha,\ D_1^L = D_2^L = D^L,\ \sigma_1^L = \sigma_2^L = \sigma^L, \tag{П1}$$

$$R_2(\sigma_1^L) = R_1(\sigma_2^L) = R(\sigma^L),\ R_k(\sigma_1^L) = R_k(\sigma_2^L) = R_k(\sigma^L),\ k = 3, 4, \dots, n. \tag{П2}$$

Пусть агент 1 — лидер, а агент 2 — последователь. В равновесии Штакельберга лидер получит выигрыш в размере $U_1^L = \alpha D^L - \sigma^L$, а последователь — $U_2^F = \alpha D^L - R(\sigma^L)$. Роль лидера неубыточна только в случае, когда $U_1^L \geq U_2^F$, т.е. при выполнении

$$\sigma^L \leq R(\sigma^L). \tag{П3}$$

Докажем, что неравенство (П3) неверно. Введем обозначение

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma_1} = f(\sigma_1, \dots \sigma_n). \tag{П4}$$

В силу условий (2) и (4) функция (П4) убывает по переменной σ_1 и возрастает по всем остальным σ_j, $j \neq 1$.

Если лидером является агент 1, то согласно (П2) усилия агентов принимают значения $\sigma_1^L = \sigma^L$, $\sigma_2 = R(\sigma^L)$, $\sigma_k = R_k(\sigma^L)$, где $k = 3, \dots, n$. Из (15) для лидера следует

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma_1} < \frac{1}{\alpha_1} \Rightarrow f\left(\sigma^L, R(\sigma^L), R_3(\sigma^L), \dots, R_n(\sigma^L)\right) < \frac{1}{\alpha_1}. \tag{П5}$$

Если лидером будет агент 2, то усилия агента 1 (последователя) удовлетворяют уравнению $\partial D / \partial \sigma_1 = 1/\alpha_1$, из которого следует

$$f\left(R(\sigma^L), \sigma^L, R_3(\sigma^L), \dots, R_n(\sigma^L)\right) = 1/\alpha_1. \tag{П6}$$

Предположим, что неравенство (П3) справедливо. Тогда в силу (П6) и (П5), с учетом свойств функции (П4), имеем

$$\frac{1}{\alpha_1} = f\left(R(\sigma^L), \sigma^L, R_3(\sigma^L), \dots, R_n(\sigma^L)\right) \leq f\left(\sigma^L, R(\sigma^L), R_3(\sigma^L), \dots, R_n(\sigma^L)\right) < \frac{1}{\alpha_1}.$$

Полученное противоречие доказывает, что неравенство (П3) неверно. Следовательно, справедливо неравенство $\sigma^L > R(\sigma^L)$, из которого следует, что выигрыш лидера ниже выигрыша идентичного агента-последователя. Иначе говоря, ни одному из идентичных агентов невыгодно быть лидером.

Следствие 1. Для того чтобы члену команды, состоящей из автономных рациональных агентов, было выгоднее стать лидером по Штакельбергу, а не последователем, необходимо, чтобы в команде не было идентичного ему.

Следствие 2. В однородной команде, состоящей из автономных рациональных агентов, каждому члену выгоднее быть последователем, чем лидером по Штакельбергу.

2. Рассмотрим смешанное расширение некооперативной игры, описывающей эндогенное формирование лидерства. Смешанная стратегия игрока $i = 1, \dots, n$ представляет симплекс $\{q_i;\ 1 - q_i\}$, где $q_i \in [0;1]$ трактуется как вероятность того, что игрок i проявит в первом периоде активность и произведет усилия в размере σ_i^L, $(1 - q_i)$ — вероятность того, что игрок i выберет в первом периоде стратегию выжидания.

Журнал НЭА,
№ 1 (49), 2021,
с. 53–79

Обозначим через Z_i множество партнеров агента $i = 1,\dots,n$. Множество подмножеств (включая пустое подмножество и множество Z_i) множества Z_i обозначим как (i). В конце первого периода игры *timing decision* для каждого агента $i = 1,\dots,n$ формируется некоторое подмножество $A \in (i)$, состоящее из тех и только тех партнеров агента i, которые проявили активность в первом периоде. Формирование определенного подмножества $A \subset Z_i$ к концу первого периода является реализацией случайного события, вероятность которого мы обозначим как $p(A)$, т.е. $p(A)$ – вероятность, что в первом периоде проявят активность те и только те партнеры игрока i, которые входят в множество A. Очевидно, что данная вероятность определяется по формуле

$$p(A) = \prod_{j\in A} q_j \prod_{k\in Z_i/A} (1-q_k). \qquad (\text{П7})$$

Так как случайные события, каждое из которых состоит в формировании одного и только одного множества $A \in (i)$, образуют полную группу событий, то $\sum_{A\in(i)} p(A) = 1$.

Зафиксируем произвольного игрока i и предположим, что произошло случайное событие, состоящее в том, что активность в первом периоде проявили те и только те партнеры игрока i, которые входят в некоторое подмножество $A \in (i)$. Если в этих условиях игрок i проявил в первом периоде активность, произведя усилия в размере σ_i^L, то во втором периоде между партнерами игрока i, выбравшими в первом периоде стратегию выжидания, разыгрывается некооперативная игра. Равновесие Нэша в этой игре с участниками $k \in Z_i / A$ определяется системой уравнений.

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma_k} = \alpha_k, k \in Z_i / A, \quad \sigma_j = \sigma_j^L, j \in A, \sigma_i = \sigma_i^L. \qquad (\text{П8})$$

Равновесное значение дохода в игре с участниками $k \in Z_i / A$, сложившейся во втором периоде при условиях $\sigma_j = \sigma_j^L, j \in A, \sigma_i = \sigma_i^L$, обозначим как $D_i^{act}(A)$. Равновесное значение выигрыша игрока i в этом случае примет

$$U_i^{act}(A) = \alpha_i D_i^{act}(A) - \sigma_i^L. \qquad (\text{П9})$$

Если активность в первом периоде проявили те и только те партнеры игрока i, которые входят в некоторое подмножество $A \in (i)$, и при этом игрок i выбрал в первом периоде стратегию выжидания, то равновесие в игре, сложившейся во втором периоде, определяется системой уравнений

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma_k} = \alpha_k, k \in Z_i / A, \ \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = \alpha_i, \quad \sigma_j = \sigma_j^L, j \in A. \qquad (\text{П10})$$

Обозначим равновесное значение совокупного дохода как $D_i^{wait}(A)$, а равновесное значение усилий игрока i как $\sigma_i^{wait}(A)$. Тогда равновесное значение выигрыша игрока i в этом случае примет значение

$$U_i^{wait}(A) = \alpha_i D_i^{wait}(A) - \sigma_i^{wait}(A). \qquad (\text{П11})$$

Следовательно, математическое ожидание игрока i при условии, что активность в первом периоде проявили те и только те партнеры

Журнал НЭА, № 1 (49), 2021, с. 53–79

игрока i, которые входят в некоторое фиксированное подмножество $A \in (i)$, равно $q_i U_i^{act}(A) + (1-q_i) U_i^{wait}(A)$. Таким образом, математическое ожидание выигрыша игрока i находится по формуле

$$E[U_i] = \sum_{A \in (i)} p(A)\left(q_i U_i^{act}(A) + (1-q_i) U_i^{wait}(A)\right). \qquad (\text{П12})$$

Выражение (П12) определяет математическое ожидание выигрыша игрока как функцию вероятности его активности q_i и вероятностей активности всех его партнеров:

$$E[U_i] = H(q_i, q_{-i}) = q_i \sum_{A \in (i)} p(A)\left(U_i^{act}(A) - U_i^{wait}(A)\right) + \sum_{A \in (i)} p(A) U_i^{wait}(A). \qquad (\text{П13})$$

Обозначим через q_i^*, q_{-i}^* значения соответствующих вероятностей в смешанном равновесии, условиями которого является выполнение неравенств

$$H(q_i^*, q_{-i}^*) \geq H(q_i, q_{-i}^*) \forall q_i \in [0;1]. i = 1,2,\ldots,n. \qquad (\text{П14})$$

После подстановки в неравенство (П14) выражения из (П13) получаем условия для смешанного равновесия Нэша в виде

$$(q_i^* - q_i) \sum_{A \in (i)} p^*(A)\left(U_i^{act}(A) - U_i^{wait}(A)\right) \geq 0 \quad \forall q_i \in [0;1], \quad i = 1,\ldots,n, \qquad (\text{П15})$$

где

$$p^*(A) = \prod_{j \in A} q_j^* \prod_{k \in Z_i / A} (1 - q_k^*). \qquad (\text{П16})$$

Если $q_i^* \neq 1$ и $q_i^* \neq 0$, то из (П15) вытекают уравнения для определения смешанных равновесий Нэша

$$\sum_{A \in (i)} p^*(A)\left(U_i^{act}(A) - U_i^{wait}(A)\right) = 0, \ i = 1,\ldots,n. \qquad (\text{П17})$$

Как мы видим, множество смешанных равновесий Нэша соответствует множеству решений системы уравнений

$$\sum_{A \in (i)} \left(U_i^{act}(A) - U_i^{wait}(A)\right) \prod_{j \in A} q_j^* \prod_{k \in Z_i / A} (1 - q_k^*) = 0, \ i = 1,\ldots,n, \qquad (\text{П18})$$

принадлежащих действительным числам и лежащим на отрезке $[0;1]$.

Для каждого смешанного равновесия Нэша можно определить вероятность, с которой игра *timing decision* приводит к исходу, совпадающему с одним из равновесий по Штакельбергу, т.е. вероятность $p(S)$, что один и только один агент проявит активность в первом периоде

$$p(S) = \sum_{1}^{n} q_i^* \prod_{j \neq i} (1 - q_j^*). \qquad (\text{П19})$$

Для нахождения равновесия в чистых стратегиях разобьем множество игроков на подмножества Z^1 и Z^0 таких, что для каждого $j \in Z^1$ выполняется равенство $q_j^* = 1$, а для $j \in Z^0$ справедливо $q_j^* = 0$. (В частности, любое из этих подмножеств может быть пустым.) Для любого агента i и для любого подмножества A его партнеров вероятность $p^*(A)$, определяемая по формуле (1), принимает одно из двух значений:

Журнал НЭА, №1 (49), 2021, с. 53–79

1) $p^*(A)=1$, если все остальные агенты из множества A входят в множество Z^1, а все агенты из множества Z_i / A — в множество Z^0, т.е. $A = Z_i \cap Z^1$;

2) $p^*(A)=0$ во всех остальных случаях.

Тогда

$$\sum_{A\in(i)} p^*(A)\left(U_i^{act}(A)-U_i^{wait}(A)\right)=U_i^{act}\left(Z_i\cap Z^1\right)-U_i^{wait}\left(Z_i\cap Z^1\right). \qquad (П20)$$

Таким образом, в чистых стратегиях неравенство (П15) принимает вид

$$\left(q_i^*-q_i\right)(U_i^{act}\left(Z_i\cap Z^1\right)-U_i^{wait}\left(Z_i\cap Z^1\right))\geq 0, \forall q_i\in[0;1]. \qquad (П21)$$

Рассмотрим два возможных решения неравенства (П21).

1. Если хотя бы для одного агента $j\neq i$ вероятность $q_j^*=1$, то множество $Z_i\cap Z^1$ непусто. В этом случае стратегия ожидания приносит агенту i выигрыш больший, чем стратегия активности, т.е. выполняется неравенство $(U_i^{act}\left(Z_i\cap Z^1\right)-U_i^{wait}\left(Z_i\cap Z^1\right)\leq 0$. Тогда неравенство (П21) равносильно неравенству $q_i^*-q_i\leq 0 \quad \forall q_i\in[0;1]$, решение которого дает значение $q_i^*=0$.

2. Если для всех агентов $j\neq i$ вероятность $q_j^*=0$, то множество $Z_i\cap Z^1$ пустое. В этом случае выигрыш агента i в стратегии активности выше, чем в стратегии ожидания, т.е. выполняется неравенство $U_i^{act}\left(Z_i\cap Z^1\right)>U_i^{wait}\left(Z_i\cap Z^1\right)$. Тогда из неравенства (П21) следует неравенство $q_i^*-q_i\geq 0 \quad \forall q_i\in[0;1]$ с решением $q_i^*=1$.

Как следствие, игра имеет n равновесий в чистых стратегиях, в каждом из которых справедливы неравенства $q_i^*=1$, $q_j^*=0 \quad \forall j\neq i$, $i=1,\ldots,n$.

Каждое равновесие в чистых стратегиях влечет равновесие по Штакельбергу с лидером $i=1,\ldots,n$. Таким образом, существует n равновесий по Штакельбергу в чистых стратегиях.

3. Рассмотрим лидерство в группе автономных агентов для частного случая. Пусть функция совокупного дохода имеет вид

$$D=\prod_{i=1}^{n}\sigma_i^{a_i}, \qquad (П22)$$

где σ_i — усилия агента i, a_i — коэффициенты эластичности с условиями $0<a_i<1$, $\sum_{i=1}^{n}a_i=a$, $a<1$. Данная функция удовлетворяет условиям (1)–(4) и, кроме того, обладает свойством постоянной эластичности по усилиям каждого агента, т.е.

$$\frac{\sigma_i}{D}\frac{\partial D}{\partial\sigma_i}=a_i, \quad i=1,\ldots,n. \qquad (П23)$$

Сначала проанализируем свойства функций реагирования. Как и в общем случае, предполагаем, что совокупный доход распределяется между агентами $i=1,\ldots,n$ в долях α_i: $0<\alpha_i<1$, $\sum_{i=1}^{n}\alpha_i=1$. В одновременной игре равновесие Нэша определяется из уравнений $\partial D/\partial\sigma_i=1/\alpha_i$, $i=1,\ldots,n$. Из (П23) следует, что в равновесии Нэша значения усилий σ_i и величина совокупного дохода связаны выражениями

Журнал НЭА, № 1 (49), 2021, с. 53–79

$$\sigma_i = \alpha_i a_i D, \quad i = 1, \ldots, n. \tag{П24}$$

Теперь рассмотрим последовательную игру, в которой агент i является лидером и производит усилия в некотором объеме σ_i, а остальные агенты с $j \neq i$ выбирают значения своих усилий с целью максимизации своих индивидуальных доходов на основе информации относительно значении σ_i. Следовательно, при каждом фиксированном значении σ_i равновесие Нэша в игре с $n-1$ участниками $j \neq i$ определяется уравнениями

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma_j} = \frac{1}{\alpha_j}, \quad j \neq i, \tag{П25}$$

где D – функция σ_i.

Функции реагирования последователей на усилия лидера $\sigma_j = R_j(\sigma_i)$, $j \neq i$ определяются как решение системы уравнений (П25) при фиксированном значении σ_i. Поскольку в равновесии Нэша справедливы формулы (П23), то функции реакций находятся через функцию совокупного дохода по формулам

$$R_j(\sigma_i) = \alpha_i a_j D, \ j \neq i. \tag{П26}$$

Подставив в (П22) выражение для $R_j(\sigma_i)$, получим уравнение относительно D,

$$D = \sigma_i^{a_i} \prod_{j \neq i} \left(\alpha_j a_j\right)^{a_j} D^{a - a_i} \tag{П27}$$

с решением

$$D = \sigma_i^{\frac{a_i}{1-a+a_i}} \prod_{j \neq i} \left(\alpha_j a_j\right)^{\frac{a_j}{1-a+a_i}}. \tag{П28}$$

С учетом (П28) выражения для функций реагирования (П26) примут вид

$$R_j(\sigma_i) = \alpha_j a_j \sigma_i^{\frac{a_i}{1-a+a_i}} \prod_{j \neq i} \left(\alpha_j a_j\right)^{\frac{a_j}{1-a+a_i}}, \ j \neq i. \tag{П29}$$

Согласно (П29) $R_j(\sigma_i)$, $j \neq i$, – степенные функции усилий лидера σ_i с показателем степени $a_i / (1 - a + a_i) < 1$ и, следовательно, их первые производные убывают по переменной σ_i.

Таким образом, для функции совокупного дохода *(П22)* производные от функций реагирования являются убывающими функциями усилий лидера, т.е. каждая функция реагирования $R_j(\sigma_i)$ с $j \neq i$ строго выпукла вверх.

Теперь коснемся вопроса об особенном агенте. Агент i как лидер по Штакельбергу выбирает значение усилий σ_i из условия максимума своего выигрыша $U_i = \alpha_i D - \sigma_i$, т.е. из условия

$$\alpha_i \frac{dD}{d\sigma_i} = 1. \tag{П30}$$

С учетом выражения (П28) для величины D уравнение (П30) принимает вид

$$\alpha_i \frac{a_i}{1 - a + a_i} \times \frac{1}{\sigma_i} D = 1, \tag{П31}$$

где σ_i – размер усилий лидера в равновесии Штакельберга, который мы обозначим как $\sigma_i = \sigma_i^L$; D – равновесное значение совокупного

Журнал НЭА, № 1 (49), 2021, с. 53–79

дохода D_i^L. Используя выражение для σ_i^L, вытекающее из (П31), найдем величину выигрыша лидера в равновесии Штакельберга:

$$U_i^L = \alpha_i D_i^L - \sigma_i^L = \alpha_i D_i^L \left(1 - \frac{a_i}{1 - a + a_i}\right). \qquad (\text{П32})$$

Если бы лидером был другой агент $j \neq i$, то выигрыш агента i, играющего роль его последователя, составил бы величину

$$U_i^F(j) = \alpha_i D_j^L - \sigma_i^F = \alpha_i D_j^L - \alpha_i a_i D_j^L = \alpha_i D_j^L (1 - a_i), \qquad (\text{П33})$$

где D_j^L – значение совокупного дохода в равновесии по Штакельбергу, когда лидером является агент j. Для того чтобы агенту i было выгодно быть лидером, а не последователем агента j, необходимо выполнение условия $U_i^L \geq U_i^F(j)$, которое, как видно из (П32) и (П33), равносильно неравенству

$$D_i^L \left(1 - \frac{a_i}{1 - a + a_i}\right) \geq D_j^L (1 - a_i). \qquad (\text{П34})$$

Так как $1 - a_i / (1 - a + a_i) < 1 - a_i$, то из (П34) следует неравенство $D_i^L > D_j^L$. Необходимым условием для того, чтобы агенту i была выгодна роль лидера, а не последователя любого другого члена коллектива, является выполнение условия

$$D_i^L > \max_{j \neq i} D_j^L. \qquad (\text{П35})$$

Очевидно, что данное неравенство может выполняться только для одного агента i, откуда следует вывод: если функция совокупного дохода имеет вид (П22), то среди всех членов коллектива может найтись не более одного особенного агента. Причем особенный агент существует тогда и только тогда, когда для одного из членов коллектива (агента i) справедливы неравенства (П34) для всех $j \neq i$.

ЛИТЕРАТУРА / REFERENCES

Остром Э. (2011). Управляя общим: эволюция институтов коллективной деятельности. Пер. с англ. М.: ИРИСЭН. [**Ostrom E.** (2011). *Governing the commons. The evolution of collective institutions for collective action.* Moscow: IRISEN, Mysl (in Russian).]

Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Шевкопляс Е.В. (2012). *Теория игр.* СПб.: БХВ-Петербург. [**Petrosyan L.A., Zenkevich N.A., Shevkoplyas E.V.** (2012). *Game theory.* St. Petersburg: BHV-Petersburg (in Russian).]

Скаржинская Е.М., Цуриков В.И. (2014). К вопросу об эффективности коллективных действий // *Российский журнал менеджмента.* № 3. С. 87–106. [**Skarzhinskaya E.M., Tsurikov** V.I. (2014). On the issue of the effectiveness of collective action. *Russian Management Journal*, 3, 87–106 (in Russian).]

Скаржинская Е.М., Цуриков В.И. (2017a). Модель коллективных действий. Часть 1. Равновесие, справедливость, эффективность // *Экономика и математические методы.* Т. 53. № 2. С. 118–133. [**Skarzhinskaya E.M., Tsurikov V.I.** (2017a). Model of collective action. Part 1. Equilibrium, justice, efficiency. *Economics and Mathematical Methods*, 53, 2, 118–133 (in Russian).]

Журнал НЭА, № 1 (49), 2021, с. 53–79

Скаржинская Е.М., Цуриков В.И. (2017б). Модель коллективных действий. Часть 2. Лидирующая коалиция // *Экономика и математические методы.* Т. 53. № 4. С. 89–104. [**Skarzhinskaya E.M., Tsurikov V.I.** (2017b). Model of collective action. Part 2. The leading coalition. *Economics and Mathematical Methods*, 53, 4, 89–104 (in Russian).]

Скаржинская Е.М., Цуриков В.И. (2019а). Коллективные действия в условиях дефицита доверия // *Экономическая наука современной России.* № 2. С. 15–34. [**Skarzhinskaya** E.M., **Tsurikov V.I.** (2019a). Theory of collective action: Structuring a collective under deficit of trust. *Economics of Contemporary Russia*, 2, 15–34 (in Russian).]

Скаржинская Е.М., Цуриков В.И. (2019б). Теоретические проблемы коллективных действий. Трансформация правил // *Экономическая наука современной России.* № 3. С. 29–51. [**Skarzhinskaya E.M., Tsurikov V.I.** (2019b). Theory of collective action: Rules transformation. *Economics of Contemporary Russia*, 3, 29–51 (in Russian).]

Скаржинская Е.М., Цуриков В.И. (2019в). Моделирование коллективных действий: значимость кооперативных соглашений // *Российский журнал менеджмента.* № 3. С. 337–366. [**Skarzhinskaya E.M., Tsurikov V.I.** (2019c). Modeling of collective actions: The significance of cooperative agreements. *Russian Management Journal*, 3, 337–366 (in Russian).]

Скаржинская Е.М., Цуриков В.И. (2020). О возможности последовательного приближения к равновесию в коалиционной игре при повторении коллективных действий // *Экономика и математические методы.* Т. 56. № 4. С. 103–115. [**Skarzhinskaya E.M., Tsurikov V.I.** (2020). On the possibility of successive approximation towards an equilibrium in a coalition game with reiterating collective action. *Economics and Mathematical Methods*, 56, 4, 103–115 (in Russian).]

Скоробогатов А. (2007). Теория организации и модели неполных контрактов // *Вопросы экономики.* № 12. **С**. 71–95. [**Skorobogatov A.** (2007). Organizational economics and models of incomplete contracts. *Voprosy Ekonomiki*, 12, 71–95 (in Russian).]

Тироль Ж. (2000). Рынки и рыночная власть: теория организации промышленности. Пер. с англ. СПб.: Экономическая школа. [**Tirole J.** (2000). Markets and market power of the theory of industrial organization. Vol. 1. Saint Petersburg: Ekonomicheskaya shkola (in Russian).]

Фуруботн Э.Г., Рихтер Р. (2005). Институты и экономическая теория: достижения новой институциональной экономической теории. Пер. с англ. СПб.: Издательский дом СПбГУ. [**Furubotn E.G., Richter R.** (2005). Institutions and economic theory: The contribution of the new institutional economics. Saint Petersburg: Publishing House of St. Petersburg State University (in Russian).]

Харт О.Д. (2001). Неполные контракты и теория фирмы. В сб.: «*Природа фирмы*». Пер. с англ. М.: Дело. С. 206–236. [**Hart O.D.** (2001). Incomplete contracts and the theory of the firm. *Nature of the firm.* Moscow: Delo, 206–236 (in Russian).]

Журнал НЭА, №1 (49), 2021, с. 53–79

Шаститко А. (2001). Неполные контракты: проблемы определения и моделирования // *Вопросы экономики.* № 6. С. 80–99. [**Shastitko A.** (2001). Incomplete contracts: Problems of definition and simulation. *Voprosy Ekonomiki*, 6, 80–99 (in Russian).]

Anderson S., Engers M. (1992). Stacelberg versus Cournot oligopoly equilibrium. *International Journal of Industrial Organization*, 10, 1, 127–135.

Carpenter J.P. (2007). The demand for punishment. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 62, 4, 522–542.

Diederich J., Goeschl T., Waichman I. (2016). Group size and the (in) efficiency of pure public good provision. *European Economic Review*, 85, June, 272–287.

Esteban J., Ray D. (2001). Collective action and the group size paradox. *The American Political Science* Review, 95, 3, 663–672.

Gächter S, Renner E. (2018). Leaders as role models and ‘belief managers’ in social dilemmas. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 154 (C), 321–334.

Gervais S., Goldstein I. (2007). The positive effects of biased self-perceptions in firms. *Review of Finance*, 11 (3), 453–496.

Grossman S., Hart O. (1986). The cost and benefits of ownership: A theory of vertical and lateral integration. *Journal of Political Economy*, 4, 691–719.

Hamilton J., Slutsky S. *(1990).* Endogenous timing in duopoly games: Stackelberg or Cournot equilibria. *Games and Economic Behavior*, 2, 29–46.

Hart O.D., Moore J. (1988). Incomplete contracts and renegotiation. *Econometrics*, 4, 755–785.

Hermalin B. (1998). Toward an economic theory of leadership: Leading by example. *The American Economic Review*, 88, 1188–1206.

Hilbe C., Sigmund K. (2010). Incentives and opportunism: From the carrot to the stick. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, 277 (1693), 2427–2433.

Holmstrom B. (1982). Moral hazard in teams. *The Bell Journal of Economics*, 2, 324–340.

Huck S., Rey-Biel P. (2006). Endogenous leadership in teams. *Journal of Institutional and Theoretical Economics,* 162, 2, 253–261.

Ino H., Matsumura T. (2012). How many firms should be leaders? Beneficial concentrations revisited. *International Economic Review*, 53, 4, 1323–1340.

Julien L. (2018). Stakcelberg Games. In: *Handbook of game theory and industial organisation*, 1, Chap. 10, 261–311.

Kim J. (2012). Endogenous leadership in incentive contracts. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 82, 1, 256–266.

Linster B. (1993). Stackelberg rent-seeking. *Public Choice*, 77, 2, 307–321.

Nosenzo D., Quercia S., Sefton M. (2015). Cooperation in small groups: The effect of group size. *Experimental Economics*, 18, 1, 4–14.

Olson M. (1965). *The logic of collective action. Public goods and the theory of groups.* Cambridge: Harvard University Press.

Potters J., Sefton M., Vesterlund L. (2007). Leading-by-example and signaling in voluntary contribution games: An experimental study. *Economic Theory*, 33, 169–182.

Préget R., Nguyen-Van P., Willinger M. (2016).Who are the voluntary leaders? Experimental evidence from a sequential contribution game. *Theory and Decision*, 81 (4), 581–599.

Журнал НЭА, № 1 (49), 2021, с. 53–79

Sefton M., Shupp R., Walker J.M. (2007). The effects of rewards and sanctions in provision of public goods. *Economic Inquiry*, 45, 671–690.

Stackelberg H. (1934). Marktform und Gleichgewicht. Wien; Berlin: J. Springer.

Walker J.M., Halloran W.A. (2004). Rewards and sanctions and the provision of public goods in one-shot settings. *Experimental Economics*, 7, 235–247.

Weimann J., Brosig-Koch J., Heinrich T., Hennig-Schmidt H., Keser C. (2019). Public good provision by large groups – the logic of collective action revisited. *European Economic Review*, 118, September, 348–363.

Поступила в редакцию 21.04.2020

Received 21.04.2020

E.M. Skarzhinskaya
Kostroma State University, Kostroma, Russia

V.I. Tsurikov
Kostroma State Agricultural Academy, Kostroma, Russia

Endogenous Stackelberg leadership within a team. The coalition effect

Abstract. The article engages in a theoretical investigation of the possibility of implementing the Stackelberg strategy within a team. It is assumed that the team gene-rates aggregate income that increases as the efforts invested by each agent intensify, subject to the law of diminishing returns. The goal of each agent in a team is to maximize his own individual gain. In order to achieve an outcome that is Pareto-preferable over Nash equilibrium, two approaches may be used: identifying a leader or forming a smaller group (coalition) within the team whose members, in pursuance of increased individual gains, choose the route that maximizes coalition gains. It is shown that the advent of a coalition in a team results in Pareto-improvement in a simultaneous game. We analyse the possibility of endogenous leadership forming according to the Stackelberg model when using the mechanism of *timing decisions*. It is established that under autonomy of all team members, leadership formation can only be confidently predicted in specific individual cases. In a significantly more general case, all of the prerequisites for the formation of leadership are created by the presence of a single coalition interested in implementing the Stackelberg strategy.

Keywords: *team, leader, coalition, Stackelberg equilibrium, Pareto-improvement.*

Classification JEL: C02, D23.

DOI: 10.31737/2221-2264-2021-49-1-2