

С.А. Смоляк
ЦЭМИ РАН, Москва

Пуассоновский процесс деградации машин: применение к стоимостной оценке

Аннотация. Процесс деградации (ухудшения технико-экономических характеристик) машины описывается случайным процессом, в котором отказы происходят с постоянной интенсивностью, и при каждом отказе интенсивность приносимых машиной выгод уменьшается на случайную величину. Если машина стала приносить отрицательные выгоды, она выбывает из эксплуатации. Получены явные выражения для среднего срока службы машины и коэффициента вариации срока службы. Стоимость машины определяется методом дисконтирования потоков выгод от ее предстоящего использования. Это позволяет связать стоимость машины с интенсивностью тех выгод, которые она приносит. В тех случаях, когда информация о размере приносимых машиной выгод отсутствует, оценщики опираются на возраст машины. Однако машины одного возраста могут находиться в разном состоянии и потому иметь разную стоимость. Предложены формулы для расчета коэффициентов годности, отражающие среднее уменьшение стоимости машин с возрастом. Чтобы учесть влияние налога на прибыль, налога на имущество и инфляции, в построенной модели достаточно скорректировать ставку дисконтирования. Проверено, что предложенные зависимости достаточно хорошо согласуются с данными о рыночных ценах двух видов строительных машин.

Ключевые слова: машины, рыночная стоимость, выгоды, оценка, возраст, обесценение, коэффициенты годности, деградация, отказы, простейший поток.

Классификация JEL: C44, C52, D46, D81, M11.

DOI: 10.31737/2221-2264-2020-48-43

1. Введение. Основные понятия

При управлении использованием активов и совершении сделок с ними нередко требуется оценка их рыночной стоимости (РС). В общем случае РС объекта отражает его полезность для участников рынка. Более строго понятие «рыночная стоимость» определяется и разъясняется в Международных стандартах оценки (МСО 2017)¹, иное определение дается в российском законодательстве (ФЗ-135²). Для наших целей это понятие можно определить короче: РС объекта на определенную дату (дату оценки) — это его цена в (реальной или гипотетической) сделке, совершаемой на эту дату на открытом и конкурентном рынке между типичными участниками. При этом типичными считаются участники рынка, ведущие себя расчетливо, проводящие надлежащий маркетинг и хорошо осведомленные о характере, свойствах и способах использования объекта, а также о состоянии рынка на дату оценки. Обычно участники рынка не в полной мере удовлетворяют этим требованиям, поэтому цены реальных сделок отклоняются от РС — такие отклонения обычно рассматриваются как случайные величины. В данной статье предлагается решение одной из задач, возникающих при оценке РС машин и оборудования (далее — машин).

¹ «Международные стандарты оценки 2017». Российское общество оценщиков.

² Федеральный Закон «Об оценочной деятельности в Российской Федерации» от 29 июля 1998 г. № 135-ФЗ (с последующими изменениями и дополнениями).

Новые и подержанные машины обращаются на разных рынках и оцениваются по-разному (Оценка машин..., 2018).

Новые машины продаются производителями и дилерами на первичном рынке. Все новые машины одной марки (этим термином мы обозначаем также модели и модификации) можно считать точными копиями друг друга, а их РС определяется исходя из сложившихся на первичном рынке цен. Этот этап оценки обычно каких-то принципиальных затруднений не вызывает. Однако иногда на дату оценки новые машины такой марки отсутствуют на первичном рынке, тогда для оценки применяют доходный и сравнительный подходы.

При доходном подходе РС машины определяется на основе доходов от ее предстоящего использования (см. разд. 3). На практике эти доходы обычно считаются неизменными во времени (Оценка машин..., 2018, разд. 7.1) либо меняющимися по заданному закону до достижения заданного срока службы. Вероятностный характер процесса функционирования машины и характеристики ее надежности при этом не учитываются.

При сравнительном подходе вначале отбираются представленные на рынке аналогичные машины других марок того же вида. РС машины при этом определяется на основе цен этих аналогов, в которые вносятся необходимые корректировки. Мы не будем подробно на этом останавливаться, укажем лишь, что различия в дате и условиях сделки обычно учитываются экспертно (Смоляк, 2016; Справочник оценщика..., 2019), а для учета различий в технических характеристиках (мощность, размеры) строятся регрессионные зависимости (Оценка машин..., 2018). Однако различия в характеристиках надежности при этом не учитываются вообще, возможно, из-за отсутствия соответствующей информации в паспортах машин и офертах.

Подержанные машины обращаются на вторичном рынке. Такая машина обычно не имеет точных аналогов и оценивать ее удобно исходя из стоимости новой машины той же марки. Обычно это делается одним из двух эквивалентных способов. При первом способе, используемом российскими оценщиками, стоимость новой машины уменьшается на сумму или процент обесценения (износа, depreciation), определяемый по различным формулам (Оценка машин..., 2018; Справочник оценщика..., 2019). При втором способе, принятом в США (АН 582..., 1981), стоимость новой машины умножается на коэффициент или процент годности (относительной стоимости, Percent Good Factor), значения которого даются в специальных таблицах, например в (2019 Cost Index...; 2020 Personal property manual..., 2020; АН 581..., 2019). При этом проценты обесценения и годности дополняют друг друга до 100%.

Машины, которые далее нецелесообразно или невозможно использовать по назначению, должны выбывать из эксплуатации – утилизироваться. При утилизации машина рассматривается как совокупность отдельных элементов (деталей и узлов, пригодных к дальнейшему

использованию, металлолома). Рыночная стоимость этих элементов за вычетом стоимости работ по демонтажу машины и доставки отдельных ее элементов к месту продажи образует утилизационную стоимость машины.

В общем случае коэффициент годности машины зависит от ее технического состояния. Однако адекватных измерителей технического состояния, приемлемых для оценщиков, пока не предложено, поэтому чаще всего оценщики характеризуют его возрастом машины (в теории надежности состояние машин описывают наработкой, однако сведения о ней часто фальсифицируются и покупатели машин на российском рынке им не доверяют). Поскольку машины одного возраста обычно различаются по техническому состоянию, для их оценки используют средний коэффициент годности/износа. Нередко его считают равным относительному возрасту машины – отношением возраста к среднему сроку службы. Однако такой метод не учитывает утилизационной стоимости машин, не позволяет оценивать машины за пределами среднего срока службы и часто не согласуется с фактическими ценами достаточно старых машин. Более обоснованные результаты получаются, если по рыночным данным строить регрессионные зависимости цен машин от возраста. Подобные зависимости предлагались во многих источниках, например в (Мышанов, Рослов, 2007; Оценка машин..., 2018), однако почти все они не учитывали ухудшения их технико-экономических характеристик в процессе эксплуатации (деградацию) и надежность машин. Например, в (АН 582..., 1981; Лейфер, Кашникова, 2008; Справочник оценщика..., 2019) описаны зависимости, учитывающие вероятностный характер срока службы, однако при этом распределение срока службы задавалось экзогенно, а деградация машины не учитывалась. В (Смоляк, 2008) предлагалось семейство зависимостей, прямо учитывающих деградацию машин, но при заданном сроке их службы. Задачи стоимостной оценки машин в условиях неопределенности процесса их эксплуатации стали исследоваться сравнительно недавно. Некоторые экономико-математические модели для этой цели предложены, например, в (Аркин и др., 2006; Смоляк, 2012, 2014, 2018).

Моделированию деградации машин (и иных технических систем) посвящено огромное число публикаций (Li, Pham, 2005; Nakagawa, 2007; Wang et al., 2011; Lin et al., 2014; и др.). Основное внимание в них уделялось влиянию деградации на надежность машины, статистическому моделированию процесса и оптимизации эксплуатационных параметров (например, периодичности ремонтов и замен элементов). При этом принималось, что в ходе эксплуатации машины меняется только интенсивность отказов, но не производительность машины или операционные затраты. Поэтому критерии оптимизации носили затратный характер (скажем, средние затраты на эксплуатацию и ремонт за единицу времени) и применить такие модели для оценки РС реальных машин оказалось невозможным. Какие-либо модели, коли-

чественно учитывающие и надежность, и деградацию машин при их стоимостной оценке, пока еще не предложены.

Между тем динамика производительности и операционных затрат существенно влияет на РС машины. Дело в том, что согласно стандартам оценки РС объекта на дату оценки отражает выгоды, которые он будет приносить при последующем использовании. В данном случае под выгодами от использования машины в некотором периоде мы будем понимать РС производимого ею в этом периоде продукта за вычетом операционных затрат на производство этого продукта³ (включая затраты на техническое обслуживание и текущий ремонт, но не включая налога на прибыль). Так определенные выгоды отражают стоимость права пользования машины в соответствующем периоде, а в терминологии Л.В. Канторовича, принятой в теории оптимального планирования – прокатную оценку машины (Канторович, 1960, с. 102; Лившиц, 1971, с. 38). Естественно, что в ходе деградации выгоды от использования машины уменьшаются, а процесс их уменьшения носит вероятностный характер. В теории вероятностей такие случайные процессы именуется субординаторами. С этих позиций представляется актуальной разработка и исследование моделей стоимостной оценки машин, деградация которых описывается субординаторами. В данной статье предлагается модель такого рода. В ней машина рассматривается как единое целое (а не совокупность отдельных элементов, каждый из которых деградирует по-своему) и не учитывается влияния дорогостоящих капитальных ремонтов. Несмотря на упрощенное описание процесса использования машин, модель позволяет получить некоторые аналитические и численные зависимости, пригодные для практической оценки рыночной стоимости подержанных машин. Кроме того, впредь до разд. 7, будем считать, что инфляция и налог на прибыль отсутствуют.

2. Основные положения модели

Предметом нашего рассмотрения будут машины одной марки, обладающие определенными, указываемыми далее свойствами. Чтобы отличать их от других упоминаемых в тексте машин, мы будем использовать термин МАШИНА.

Предполагается, что все МАШИНЫ предназначены для производства какого-то одного продукта (работы или услуги) и в процессе эксплуатации используются по назначению. Этот продукт необходим участникам рынка, т.е. обладает для них полезностью, а следовательно, имеет и свою РС. Для некоторых машин (скажем, такси) производимый продукт обращается на рынке и его РС можно оценить по данным рыночных сделок. В других случаях машины можно сдавать в аренду на определенный срок. РС такой услуги носит название рыночной арендной платы (МСО 2017, МСО 104, п. 40), и она может быть оценена исходя из сложившихся на рынке арендных ставок. На равновес-

³ Определяемый показатель выгод может рассматриваться и как приносимый машиной (доналоговый) денежный поток, упоминаемый в стандартах оценки. По экономическому содержанию и величине он близок к ЕВИТДА (прибыли до уплаты налогов и процентов и начисления амортизации), применяемому в оценке бизнеса. Однако ЕВИТДА находят по фактическим данным предприятия, тогда как выгоды от использования машин таким способом определить уже нельзя.

ном рынке оба варианта должны быть равновыгодными для владельцев, поэтому выгоды от эксплуатации машины в некотором периоде должны совпадать с рыночной арендной платой таких же машин за такой же период (естественно, за вычетом операционных затрат, осуществляемых арендодателем). Однако большинство машин производят отдельные операции в едином технологическом процессе. РС каждой операции можно оценить, рассматривая гипотетическую, или даже реальную, сделку, в ходе которой один участник, осуществляющий технологический процесс, покупает у другого участника работу по выполнению этой операции⁴.

К сожалению, оценивать производимый машинами продукт указанными способами затруднительно, особенно если этот продукт носит агрегированный характер (энергия, перемещение грунта, шлифовка деталей, продажа билетов и т.п.). Иной способ оценки этой РС будет изложен в разд. 7.

Процесс эксплуатации МАШИНЫ будем рассматривать в непрерывном времени. Состояние МАШИНЫ мы характеризуем интенсивностью приносимых ею выгод (ИВ), т.е. суммой выгод, приносимых МАШИНОЙ в малую единицу времени. Она определяется формулой $ИВ = pW - C$, где W – производительность МАШИНЫ, C – интенсивность ее операционных затрат, p – РС единицы производимого продукта. Если на дату оценки у МАШИНЫ $ИВ = z$, то за малое время dt она принесет выгоды в размере zdt .

Процесс деградации мы связываем с потоком случайных скрытых отказов, приводящих к случайным последствиям, и описываем сложным пуассоновским процессом.

В процессе эксплуатации проводятся технические обслуживания и текущие ремонты (ТОиР) МАШИНЫ. Это позволяет, по возможности, поддерживать ее состояние, так что интенсивность приносимых МАШИНОЙ выгод (z) не меняется. Время от времени с интенсивностью λ происходят случайные отказы. Их можно вообще не заметить или частично устранить их последствия при текущем ремонте, однако в том и в другом случае эксплуатационные характеристики МАШИНЫ ухудшаются (в том числе за счет увеличения затрат на ТОиР). Принимается, что после отказа ИВ уменьшается на неотрицательную случайную величину ξ , не зависящую от истории эксплуатации МАШИНЫ и имеющую функцию распределения $P\{\xi \leq x\} = 1 - e^{-\alpha x}$ и плотность $\alpha e^{-\alpha x}$, где α – некоторый положительный параметр. При этом среднее уменьшение ИВ в единицу времени в данной модели будет постоянной величиной $1/\alpha$. МАШИНА, у которой ИВ после отказа осталась положительной, продолжает эксплуатироваться. Такой отказ будем называть поломкой. МАШИНУ, у которой после отказа ИВ стала отрицательной, далее эксплуатировать нецелесообразно, поэтому будем считать, что через непродолжительное время она утилизируется. Подобный отказ будем называть фатальным (отказы, после которых

⁴ Выполнение отдельных операций может иногда передаваться сторонним фирмам на аутсорсинг.

машину физически невозможно или экономически нецелесообразно использовать по назначению, в теории надежности именуют ресурсными). Утилизационную стоимость МАШИНЫ временно, впрямь до разд. 7, будем считать нулевой.

Суммируя изложенное, можно сказать, что в нашей модели последствия отказов МАШИНЫ, если только они не оказались фатальными, накапливаются до тех пор, пока не достигнут уровня, при котором использование МАШИНЫ по назначению становится нецелесообразным и она утилизируется, принося нулевые выгоды.

До сих пор единицы измерения выгод считались произвольными. Однако далее нам будет удобно принять их такими, чтобы ИВ у новой (возраста 0 лет) МАШИНЫ стала равной 1.

3. Зависимость РС машины от ее состояния

Согласно МСО в условиях неопределенности РС актива на дату оценки отражает ожидаемые (взвешенные по вероятностям) выгоды от его последующего использования. Для стоимостной оценки машин соответствующий принцип ожидания выгод, упоминаемый, но не раскрываемый в МСО, удобно сформулировать так (Смоляк 2014, 2016): РС машины на дату оценки равна математическому ожиданию суммы дисконтированных выгод от наиболее эффективного использования ее в течение прогнозного периода и ее РС в конце периода.

Отметим, что оценка РС машины при этом предполагает оптимизацию ее использования по критерию максимума суммы дисконтированных выгод. Естественно, что решение при этом оказывается не таким, как в теории надежности, где использование машины оптимизируется по затратным критериям (см. выше).

В общем случае РС машины зависит от того, на какую дату она оценивается и каково ее техническое состояние на эту дату. В данной модели предполагается отсутствие инфляции, а состояние МАШИНЫ характеризуется переменной z , поэтому РС МАШИНЫ не зависит от того, на какую дату она определяется. Мы будем считать ее некоторой (неизвестной) функцией от одной переменной $V(z)$. Технические и экономические соображения показывают, что эта функция должна быть непрерывной и убывающей, а при $z=0$ — обращаться в нуль. Найдем явное выражение для нее.

Для этого рассмотрим МАШИНУ, находящуюся в состоянии z на дату оценки, и выясним, как изменится ее РС за малое время dt . Если она не откажет, то останется в том же состоянии и будет иметь ту же стоимость $V(z)$. Если же произойдет отказ (вероятность этого — λdt), то ИВ примет новое случайное значение $u = z - \xi$, распределенное на луче $(-\infty, z)$ с плотностью $\alpha e^{\alpha(u-z)}$. При $u > 0$ МАШИНА будет иметь РС $V(u)$, в случае фатального отказа РС МАШИНЫ обратится в нуль.

Применим принцип ожидания выгод к нашей МАШИНЕ и малому периоду времени dt после даты оценки. Учитывая, что

МАШИНА за время dt при отсутствии отказа принесет (доналоговые) выгоды в сумме zdt , а при фатальном отказе – нулевые выгоды, и обозначив через r доналоговую ставку дисконтирования, мы получим основное уравнение модели:

$$V(z) = zdt + (1-rdt) \left[(1-\lambda dt)V(z) + \lambda dt \int_0^z \alpha e^{\alpha(u-z)} V(u) du \right]. \quad (1)$$

Отсюда, с точностью до малых более высокого порядка, находим

$$\begin{aligned} 0 &= -V(z) + zdt + [1 - (r + \lambda)dt]V(z) + \lambda \alpha e^{-\alpha z} d \int_0^z e^{\alpha u} V(u) du = \\ &= dt \left\{ z e^{\alpha z} - (r + \lambda) e^{\alpha z} V(z) + \lambda \alpha \int_0^z e^{\alpha u} V(u) du \right\} e^{-\alpha z}, \end{aligned}$$

поэтому

$$z e^{\alpha z} - (r + \lambda) e^{\alpha z} V(z) + \lambda \alpha \int_0^z e^{\alpha u} V(u) du = 0.$$

Дифференцируя это равенство по z и умножая на $e^{-\alpha z}$, имеем $1 + \alpha z - r\alpha V(z) - (r + \lambda)V'(z) = 0$. Решая это уравнение при условии $V(0) = 0$, получим

$$V(z) = \frac{z}{r} - \frac{\lambda}{\alpha r^2} \left[1 - e^{-r\alpha z / (r + \lambda)} \right]. \quad (2)$$

Отметим, что $V(z) \approx z / (r + \lambda)$ при z , близких к нулю, но $V(z) \approx z/r - \lambda / (\alpha r^2)$ при больших z . Интересно, что стоимость z/r имела бы МАШИНА, постоянно дающая выгоды с неизменной интенсивностью z . Поэтому второй член в формуле (2) приближенно отражает частоту отказов и масштаб их последствий.

Поскольку у новой МАШИНЫ, по определению, $z = 1$, то из (2) находится ее стоимость

$$V(1) = \frac{1}{r} - \frac{\lambda}{\alpha r^2} \left[1 - e^{-r\alpha / (r + \lambda)} \right]. \quad (3)$$

4. Остаточный срок службы машины

Обозначим через $\tau(z)$ случайный остаточный срок службы МАШИНЫ, находящейся в состоянии z . Распределение этой случайной величины однозначно определяется производящей функцией ее моментов $\varphi(p, z) = \mathbf{E}[e^{p\tau(z)}]$. Найдя эту функцию, можно определить и другие характеристики этой случайной величины, в том числе и среднее значение $T(z)$, и дисперсию $\mathbf{D}(z)$ остаточного срока службы МАШИНЫ. Отметим, что указанные функции непрерывны только при $z > 0$, а при $z = 0$ имеют разрыв по следующей причине.

Пусть z стремится к нулю, оставаясь положительным ($z \searrow 0$). Здесь наилучшим способом использования МАШИНЫ будет продолжение ее эксплуатации, однако вероятность того, что очередной отказ окажется фатальным, будет возрастать, стремясь к единице. Это значит, что средний остаточный срок службы МАШИНЫ будет сближаться со временем ее работы до отказа. В нашем случае отказы происходят с интенсивностью λ , так что среднее время работы МАШИНЫ до отказа составляет конечную величину $1/\lambda$. Поэтому при $z \searrow 0$ средний

остаточный срок службы МАШИНЫ $T(z)$ будет стремиться к $1/\lambda$. В то же время при $z < 0$ МАШИНУ выгодно немедленно утилизировать, и поэтому здесь $T(z) = 0$. По той же причине будет разрывной и функция $\varphi(p, z)$. Чтобы найти $\varphi(p, z)$, повторим те же рассуждения, что и при выводе формулы (1).

Рассмотрим МАШИНУ, находящуюся в состоянии $z > 0$ на дату оценки. За малое время dt она может не отказать и тогда останется в том же состоянии, но остаточный (от даты оценки) срок ее службы увеличится на dt . Однако с вероятностью λdt может произойти отказ. Тогда ИВ МАШИНЫ примет новое случайное значение $u = z - \xi$. Ему будет отвечать и новый остаточный срок службы, равный $\tau(u)$ при $u > 0$ или 0 при $u < 0$. Отсюда вытекает, что

$$\begin{aligned} \varphi(p, z) &= \mathbf{E}\left[e^{p\tau(z)}\right] = \mathbf{E}\left[(1 - \lambda dt)e^{p[\tau(z)+dt]} + \lambda dt \int_0^z \alpha e^{\alpha(u-z)} e^{p\tau(u)} du + \lambda e^{-\alpha z} dt\right] = \\ &= (1 - \lambda dt)(1 + pdt)\mathbf{E}\left[e^{p\tau(z)}\right] + \lambda \alpha e^{-\alpha z} dt \int_0^z e^{\alpha u} \mathbf{E}\left[e^{p\tau(u)}\right] du + \lambda e^{-\alpha z} dt = \\ &= \varphi(p, z) + dt \left\{ (p - \lambda)e^{\alpha z} \varphi(p, z) + \lambda \alpha \int_0^z e^{\alpha u} \varphi(p, u) du + \lambda \right\} e^{-\alpha z}. \end{aligned}$$

Такое равенство возможно только если

$$(p - \lambda)e^{\alpha z} \varphi(p, z) + \lambda \alpha \int_0^z e^{\alpha u} \varphi(p, u) du + \lambda = 0. \quad (4)$$

По непрерывности, это уравнение будет справедливо и при $z=0$, если понимать $\varphi(p, 0)$ как предел $\varphi(p, z)$ при $z \searrow 0$. Для решения уравнения (4) обозначим $\int_0^z e^{\alpha u} \varphi(p, u) du = G(p, z)$ и заметим, что $\varphi(p, z) = e^{-\alpha z} G'_z(p, z)$. Это позволяет представить равенство (4) как дифференциальное уравнение $(p - \lambda)G'_z(p, z) + \lambda \alpha G(p, z) + \lambda = 0$. Его решением с краевым условием $G(p, 0) = 0$ будет $G(p, z) = \left\{ e^{\lambda \alpha z / (\lambda - p)} - 1 \right\} / \alpha$. Но тогда при всех $z > 0$ будет $\varphi(p, z) = e^{-\alpha z} G'_z(p, z) = \left\{ \lambda / (\lambda - p) \right\} e^{p \alpha z / (\lambda - p)}$. Отсюда можно найти и плотность распределения остаточного срока службы. Она выражается через функцию Бесселя первого рода и может быть представлена степенным рядом

$$p(z, t) = \lambda e^{-\alpha z - \lambda t} I_0\left(2\sqrt{\lambda \alpha z t}\right) = \lambda e^{-\alpha z - \lambda t} \sum_{n \geq 0} \left[(\lambda \alpha z t)^n / n!^2 \right].$$

Дифференцируя производящую функцию моментов $\varphi(p, z)$ по p и полагая $p=0$, можно найти математическое ожидание остаточного срока службы и его квадрата, а также дисперсию (\mathbf{D}) и коэффициент вариации (v) этого срока. Производя вычисления, получаем:

$$T(z) = \mathbf{E}[\tau(z)] = \varphi'_p(0, z) = (1 + \alpha z) / \lambda;$$

$$\mathbf{E}[\tau^2(z)] = \varphi''_{pp}(0, z) = (2 + 4\alpha z + \alpha^2 z^2) / \lambda^2;$$

$$\mathbf{D}[\tau(z)] = \mathbf{E}[\tau^2(z)] - T^2(z) = (1 + 2\alpha z) / \lambda^2;$$

$$v[\tau(z)] = \sqrt{\mathbf{D}[\tau(z)]} / T(z) = \sqrt{1 + 2\alpha z} / (1 + \alpha z).$$

Отсюда видно, что $T(z) \rightarrow 1/\lambda$ при $z \rightarrow 0$, о чем говорилось выше.

Заметим теперь, что для новой МАШИНЫ $z = 1$, а остаточный срок службы совпадает с полным. Поэтому из полученных формул при $z=1$ можно выразить математическое ожидание T и коэффициент вариации v (полного) срока службы МАШИНЫ через α и λ :

$$T = (1 + \alpha) / \lambda, \quad v = \sqrt{1 + 2\alpha} / (1 + \alpha). \quad (5)$$

Установить значения α и λ в общем случае затруднительно. Однако для некоторых видов машин это удастся сделать, используя результаты их испытаний на долговечность и имеющиеся сведения о сроках их службы. Укажем, в частности, на (Острейковский, 2003, табл. 12.5), откуда можно получить оценку коэффициента вариации сроков службы различных машин, и (Справочник оценщика..., 2019), разделы 5.2 и 5.3 которого посвящены оценкам средних сроков службы. Подобная информация позволяет оценить средний срок службы машин T и коэффициент вариации срока службы v . В таком случае искомые параметры α и λ можно определить с помощью равенств (5):

$$\alpha = (1 - v^2 + \sqrt{1 - v^2}) / v^2; \quad \lambda = (1 + \sqrt{1 - v^2}) / Tv^2. \quad (6)$$

При доходном подходе к оценке активов часто применяется метод прямой капитализации. При этом стоимость актива находят делением приносимого им годового дохода на коэффициент капитализации или, что эквивалентно, умножением этого дохода на обратную величину – рентный мультипликатор (*rent multiplier*). Значения коэффициента капитализации, или рентного мультипликатора (R), не зависящие от единиц измерения стоимостных показателей, определяют по данным о доходах и стоимости аналогичных активов. Некоторые авторы рекомендуют этот метод и для оценки машин, выбирая в качестве аналогов машины той же марки близкого возраста. В нашей модели рентный мультипликатор R естественно определять как отношение РС МАШИНЫ к интенсивности приносимых ею выгод. Из формулы (2) следует, что R зависит от состояния МАШИНЫ:

$$R = R(z) = \frac{V(z)}{z} = \frac{1}{r} \left[1 - \frac{\lambda}{r\alpha z} (1 - e^{-r\alpha z / (r+\lambda)}) \right]. \quad (7)$$

Мы рассчитали зависимость $R(z)$ для $r=0,08$ при нескольких комбинациях значений среднего срока службы (в годах) T и v . Соответствующие значения α и λ определялись по формулам (6). На рис. 1 представлены результаты этих расчетов.

Нетрудно убедиться, что R снижается с ухудшением состояния МАШИНЫ (уменьшением

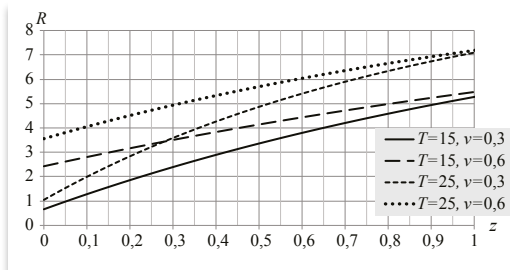


Рис. 1

Зависимости рентного мультипликатора МАШИНЫ от ИВ (z) для $r=0,08$ и ряда комбинаций значений T и v

ИВ) и значимо растет с увеличением среднего срока службы и коэффициента вариации срока службы. Однако МАШИНЫ одного возраста могут находиться в разных состояниях и приносить соответственно разные выгоды. Поэтому и рентные мультипликаторы, и коэффициенты капитализации у них могут существенно различаться. Поэтому оценивать машины методом прямой капитализации представляется нецелесообразным.

5. Зависимости стоимости и коэффициентов годности машины от возраста

В разд. 4 стоимость МАШИНЫ выражалась через ее состояние. Но обычно оценщик знает только возраст оцениваемой машины, но не может оценить стоимость производимой продукции, а значит, и размер приносимых выгод. Однако машины одного возраста, как правило, различаются по своему техническому состоянию и, следовательно, по стоимости. Поэтому оценщики обычно отбирают группу машин той же марки и примерно того же возраста с известными ценами и находят среднюю цену этих машин. Мы поступим так же и будем искать регрессионную зависимость стоимости МАШИН от их возраста или, что то же самое, среднюю стоимость работоспособных (неутилизированных) МАШИН каждого возраста t . Заметим, что если нам известен возраст МАШИНЫ t , мы знаем, что t лет назад она была новой, т.е. имела ИВ = 1. А тогда нам надо найти среднюю стоимость работоспособных МАШИН, которые t лет назад имели ИВ=1. К сожалению, сразу решить эту задачу не удастся и придется решать более общую задачу: найти среднюю стоимость работоспособных МАШИН, которые t лет назад имели ИВ = z .

Для этого обозначим через G_z^t группу работоспособных на дату оценки МАШИН, которые имели t лет назад ИВ = z , а через $V(z, t)$ – среднюю их стоимость. Установим связь между $V(z, t)$ и $V(z, t+dt)$.

С этой целью рассмотрим МАШИНЫ группы G_z^{t+dt} . Как мы видели ранее, вероятность того, что какая-нибудь МАШИНА с ИВ = z проживет еще время dt , равна $1 - \lambda e^{-\alpha z} dt$. Однако у МАШИН этой группы фатальных отказов не было и для них указанная (условная) вероятность равна 1. Поэтому для каждой из этих МАШИН возможны две ситуации:

- 1) с вероятностью $(1 - \lambda dt) / (1 - \lambda e^{-\alpha z} dt)$ за время dt МАШИНА не откажет, ее ИВ не изменится, и она перейдет в группу G_z^t ;
- 2) произойдет поломка МАШИНЫ, после чего с вероятностью $[\lambda dt / (1 - \lambda e^{-\alpha z} dt)] \alpha e^{\alpha(u-z)} du$ ее ИВ попадет в малый интервал $(u, u+du)$ на отрезке $(0, z)$, а МАШИНА перейдет в группу G_u^t .

В таком случае средняя стоимость МАШИН группы G_z^{t+dt} (с точностью до малых более высокого порядка) составит

$$\begin{aligned}
 V(z, t + dt) &= \frac{1 - \lambda dt}{1 - \lambda e^{-\alpha z} dt} V(z, t) + \frac{\lambda dt}{1 - \lambda e^{-\alpha z} dt} \int_0^z \alpha e^{\alpha(u-z)} V(u, t) du = \\
 &= V(z, t) - \lambda dt (1 - e^{-\alpha z}) V(z, t) + \lambda \alpha dt \int_0^z e^{\alpha(u-z)} V(u, t) du.
 \end{aligned}$$

Из этого вытекает, что

$$\partial V(z, t) / \partial t = -\lambda (1 - e^{-\alpha z}) V(z, t) + \lambda \alpha \int_0^z e^{\alpha(u-z)} V(u, t) du.$$

Если в этом равенстве обозначить $\int_0^z e^{\alpha(u-z)} V(u, t) du = R(z, t)$, его можно заменить системой уравнений

$$\begin{cases} \partial V(z, t) / \partial t = -\lambda (1 - e^{-\alpha z}) V(z, t) + \lambda \alpha R(z, t); \\ \partial R(z, t) / \partial z = V(z, t) - \alpha R(z, t). \end{cases} \quad (8)$$

Учитывая, что стоимость $V(z)$ МАШИНЫ, находящейся на дату оценки в состоянии $z \geq 0$, определяется формулой (2). Поэтому крайними условиями для системы (8) будут

$$V(z, 0) = V(z) \text{ при } z \geq 0, R(0, t) = 0. \quad (9)$$

Поскольку в начале эксплуатации $z=1$, то средняя стоимость МАШИН возраста t лет в этих обозначениях составит $V(1, t)$, а при $t=0$ – совпадет со стоимостью новой МАШИНЫ $V(1)$. Поэтому средний коэффициент годности для МАШИН возраста t лет будет составлять

$$k(t) = V(1, t) / V(1, 0) = V(1, t) / V(1). \quad (10)$$

6. Экспериментальные расчеты

Решение системы (8)–(10), т.е. искомые коэффициенты годности $k(t)$, мы получали численными методами. Следуя рекомендациям (Справочник оценщика..., 2019), мы строили зависимости средних коэффициентов годности МАШИН от их относительного возраста (τ) – отношения возраста (t) к среднему сроку службы (T).

Была проведена серия расчетов для $T=10\dots 25$ лет, $v=0,2\dots 0,7$. Оказалось, что зависимости средних коэффициентов годности от относительного возраста $k(\tau)$ практически не зависят от среднего срока службы. Такие зависимости для $r=0,08$ и ряда значений коэффициента вариации срока службы (v) приведены на рис. 2.

Оказалось также, что ставка дисконтирования слабо влияет на коэффициенты годности – зависимости при $r=0,08$ и $r=0,16$ на графиках почти неразличимы. Отметим в связи с этим, что зависимости коэффи-

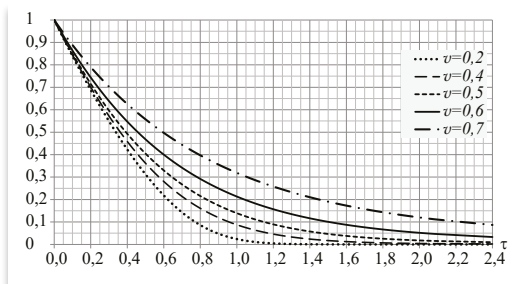


Рис. 2

Зависимости среднего коэффициента годности от относительного возраста МАШИН при разных коэффициентах вариации срока службы

циентов годности от относительного возраста рекомендовались и в (Справочник оценщика..., 2019), однако там они описывались иными аналитическими выражениями.

7. Более реалистичные допущения

При построении предложенной модели был сделан ряд серьезных и не слишком реалистичных допущений. Оказывается, что их можно существенно смягчить, сделав модель пригодной для практического применения.

Оценка РС производимого продукта. Ранее мы предположили, что владелец МАШИНЫ может измерять интенсивность выгод, которые она приносит, и определять, в какой момент она стала отрицательной. Но для этого, как минимум, надо знать РС единицы производимого МАШИНОЙ продукта (p). Полученные формулы позволяют ее оценить.

Ранее ИВ новой МАШИНЫ была принята за единицу, а стоимость новой МАШИНЫ в этих единицах ($V(1)$) определялась формулой (2). Обозначим через B_0 ИВ новой МАШИНЫ в рублях в год⁵. Тогда $B_0 = pW_0 - C_0$, где W_0 – производительность новой МАШИНЫ, C_0 – интенсивность ее операционных затрат⁶, выраженная в рублях в год.

Поэтому стоимость новой МАШИНЫ в рублях будет равна $V_0 = B_0 V(1)$. Но мы решаем задачу оценки подержанной МАШИНЫ, а при ее решении стоимость новой МАШИНЫ предполагается известной (о методах оценки новых машин говорилось во введении). Поэтому из полученных формул можно вначале определить величину $B_0 = V_0 / V(1)$, а затем и неизвестную РС единицы производимого продукта $p = [V_0 / V(1) + C_0] / W_0$.

На практике производительность машин и затраты по их эксплуатации периодически измеряются. Поэтому, теоретически, владелец МАШИНЫ может оценивать и интенсивность приносимых ею выгод, а значит, и выявлять ситуации, когда она становится отрицательной (в этих ситуациях удельные операционные затраты C/W будут превышать p).

Учет утилизационной стоимости. Утилизационную стоимость МАШИН, обозначим ее U , мы считали нулевой, хотя на самом деле она невелика, но отлична от нуля. В таком случае решение об утилизации машины при отрицательных выгодах от ее эксплуатации будет ошибочным. Действительно, рассмотрим МАШИНУ, у которой $PC = V > U$. Обозначим через z ее ИВ. Наиболее эффективным будет использовать ее по назначению в течение малого периода dt . Тогда она принесет выгоды в сумме zdt , а в конце периода ее стоимость либо останется прежней (если не будет отказа), либо (в случае отказа) не вырастет. Отсюда, в соответствии с принципом ожидания выгод,

⁵ В этом случае используемый нами измеритель состояния МАШИНЫ z оказывается отношением ее ИВ к ИВ новой МАШИНЫ (B_0).

⁶ На практике оценщики обычно определяют годовые операционные затраты применительно к нормальному графику технического обслуживания и ремонта и в предположении о неизменности характеристик машины на протяжении года. Это может служить хорошей оценкой для C . Кроме того, значения W_0 и C_0 могут быть установлены на основе паспортных данных новой МАШИНЫ.

имеем $V \leq zdt + (1 - rdt)V = V + (z - rV)dt$. Такое неравенство возможно, только если $z \geq rV \geq rU$. Таким образом, любая МАШИНА, стоимость которой превышает утилизационную, должна приносить выгоды с интенсивностью не меньшей, чем rU . Поэтому фатальными должны считаться отказы, после которых ИВ МАШИНЫ становится меньше rU . Соответственно должен измениться и нижний предел в интеграле, входящем в формулу (1).

По сути, сейчас мы решали одну из задач оптимального управления использованием машин в условиях случайных отказов, а именно — задачу выбора оптимального момента вывода машины из эксплуатации. Такого типа задачи в теории надежности обычно решаются по критерию минимизации средних (в том или ином смысле) затрат (см., например, (Arts, 2017; Hwang, Samat, 2019)). Однако такой критерий не в полной мере отвечает коммерческим интересам фирм, владеющих машинами. В нашем случае оптимальное решение направлено на максимизацию стоимости фирмы, что более оправдано с экономических позиций.

Полученное решение явно противоречит стандартам оценки, где сказано: «Экономически целесообразный срок полезного использования (economic life) указывает на то, как долго актив может приносить финансовую прибыль или создавать нефинансовые выгоды при его текущем использовании» (МСО 2017, МСО 105, п. 80.3). Другими словами, согласно МСО экономически целесообразный срок полезного использования актива должен завершаться, когда он начинает приносить отрицательные выгоды. Как мы видели, это утверждение ошибочно (для таких активов, как нефтяные месторождения, это было показано еще в (Смоляк, 2005)).

Введем теперь специальные обозначения для скорректированных стоимостей МАШИН и их ИВ: $\tilde{V} = V - U$, $\tilde{z} = z - rU$, тогда $V = \tilde{V} + U$, $z = \tilde{z} + rU$. Если сделать такие замены в формуле (1), мы увидим, что она останется без изменения с той лишь разницей, что стоимости и интенсивности выгод заменятся на скорректированные. Соответствующие изменения произойдут и в последующих формулах. Средние сроки службы при этом не изменятся, но формула (10) позволит определить только скорректированные коэффициенты годности $\tilde{k}(t) = \tilde{V}(t)/\tilde{V}(0)$, относящиеся к машинам с нулевой утилизационной стоимостью. Настоящие же коэффициенты годности получим, переходя от скорректированных стоимостей к настоящим:

$$k(t) = \frac{V(t)}{V(0)} = \frac{\tilde{V}(t) + U}{V(0)} = \frac{\tilde{V}(0)\tilde{k}(t) + U}{V(0)} = \frac{[V(0) - U]\tilde{k}(t) + U}{V(0)}.$$

Обозначив относительную утилизационную стоимость МАШИН $U/V(0)$ через u , можно получить ту же формулу, что и в (Смоляк, 2005, 2016):

$$k(t) = (1 - u)\tilde{k}(t) + u. \quad (11)$$

Отметим простой экономический смысл формулы (11). В ней, по существу, стоимость МАШИНЫ разложена на две составляющие: первая отражает стоимость МАШИНЫ как средства производства продукта, а вторая — ее стоимость как объекта утилизации. При этом с увеличением возраста вторая составляющая не меняется, а первая меняется так, как было бы, если бы утилизационная стоимость машины была нулевой.

Другими, наименее реалистичными, были допущения об отсутствии инфляции и налога на прибыль. Оказывается, их также можно ослабить.

Начнем с того, что стандарты оценки (МСО 2017) допускают оценку активов с применением различных видов денежных потоков и соответствующих ставок дисконтирования. В частности, можно использовать и реальные (очищенные от влияния инфляции) доналоговые (до уплаты налога на прибыль) денежные потоки, дисконтируя их по реальной доналоговой ставке⁷. Поэтому, формально, построенная модель должна быть применима и при наличии налога на прибыль и инфляции. Ниже мы уточняем и обосновываем этот вывод.

Учет инфляции. Посмотрим сначала, как практически учитывают инфляцию оценщики. Необходимость в этом возникает, например, при оценке новой машины определенной марки, если такие машины (точные копии оцениваемой) ранее продавались, но на дату оценки на рынке отсутствуют. В подобных ситуациях оценщик анализирует сложившуюся динамику цен этих машин и формирует разумный прогноз этих цен на дату оценки. Иногда имеющихся данных недостаточно, и тогда используются данные о ценах аналогичных машин других марок или индексы цен машин более широкой группы, например ценовые индексы по соответствующей товарной группе, публикуемые Росстатом (Оценка машин..., 2018). Все это позволяет с той или иной точностью установить темп роста цен на новые машины оцениваемой марки в ближайшей перспективе.

Однако все подержанные машины — разные, и оценить темп роста их цен даже в ретроспективном периоде невозможно (равно как и оценить динамику среднего веса 30-летних пассажиров электричек). В то же время потенциальные покупатели подержанных машин всегда рассматривают и альтернативу покупки новой машины на первичном рынке, и продавцы с этим вынуждены считаться. В такой ситуации оценщики принимают, что на вторичном рынке цены растут так же, как и на первичном⁸, а коэффициенты годности не меняются. Инфляцию, при которой цены всех объектов одной группы растут пропорционально, мы называем групповой (*group-specific inflation*) (Смоляк, 2014, 2016; Smolyak, 2012). Соответствующий темп роста цен можно назвать темпом групповой инфляции.

⁷ Номинальную доналоговую безрисковую годовую ставку оценщики обычно выводят из кривой бескупонной доходности государственных облигаций, публикуемой ЦБ РФ (см., например, https://cbr.ru/hd_base/zcyc_ragams/). Исключив из нее темп общей инфляции в стране по формуле Фишера, можно получить реальную доналоговую безрисковую годовую ставку.

⁸ Для рынка квартир это уже не так.

Таким образом, на практике оценщики, по существу, опираются на допущение о групповом характере инфляции для машин одной марки (а нередко и для более широкой группы машин одного типа или назначения), по крайней мере в течение года. Подобное допущение не является чем-то необычным. Так, при оценке зданий, помещений и оценке эффективности строительных и иных реальных инвестиционных проектов приходится учитывать рост цен на жилые и офисные помещения и рост затрат на строительные-монтажные работы. В этих целях в расчеты закладываются некоторые средние фактические или прогнозируемые темпы роста указанных цен и затрат. Но это как раз и означает, что темпы роста цен на любые (а не только сооружаемые по проекту) жилые и офисные помещения или любые виды строительного-монтажных работ предполагаются одинаковыми.

О групповом характере инфляции свидетельствует и такой факт. В США для оценки машин и оборудования используют публикуемые властями штатов таблицы процентов годности, например (2019 Cost Index..., 2019; 2020 Personal Property Manual..., 2020). Эти таблицы ежегодно пересматриваются, однако сами значения процентов годности для каждого вида машин изменяются незначительно.

В условиях групповой инфляции интенсивности приносимых машинами выгод будут меняться таким же темпом, что и их стоимости. Но, как говорилось в начале раздела, измеритель состояния МАШИН в нашей модели является, по сути, отношением ИВ МАШИНЫ к ИВ новой МАШИНЫ, а изменение цен на это отношение не влияет. Поэтому при групповой инфляции состояния МАШИН будут меняться так же, как при ее отсутствии. Но если стоимости всех МАШИН со временем изменяются с одним и тем же темпом i , то уравнение (1) (с точностью до малых более высокого порядка) принимает вид

$$\begin{aligned} V(z) &= Bzdt + (1 - rdt)(1 + idt) \left[(1 - \lambda dt)V(z) + \lambda dt \int_0^z \alpha e^{\alpha(u-z)} V(u) du \right] = \\ &= Bzdt + (1 - \rho dt) \left[(1 - \lambda dt)V(z) + \lambda dt \int_0^z \alpha e^{\alpha(u-z)} V(u) du \right], \end{aligned} \quad (13)$$

где $\rho = r - i$ – ставка дисконтирования, скорректированная на групповую инфляцию. Подобная ставка сходна с обычно используемой реальной ставкой по своему экономическому содержанию, но может отличаться по величине, так как при определении реальной ставки вычитается темп общей инфляции в стране, который не обязательно совпадает с темпом роста цен на машины.

Как мы видим, формула (13) отличается от (1) только ставкой дисконтирования. Поэтому в условиях групповой инфляции стоимости машин будут описываться тем же уравнением (1) со ставкой дисконтирования, скорректированной с учетом инфляции.

Налог на прибыль в модели не учтен. Его можно включить в состав денежного потока, но тогда для дисконтирования должна при-

меняться посленалоговая номинальная ставка (МСО 2017). Если воспользоваться тем же подходом, что и в (Смоляк, 2012; Smolyak, 2012), то оказывается, что в результате основное уравнение модели не изменится, и даже ставка r останется доналоговой, как и требуют стандарты оценки.

Учет адвалорных затрат. В состав операционных затрат включаются расходы на страхование, налог на имущество (которым в ряде стран облагаются машины и оборудование) и иные, зависящие от стоимости машины (адвалорные). Их удобно характеризовать эффективной ставкой – отношением суммы этих затрат к рыночной стоимости машины. Такая ставка невелика (обычно до 3%, в некоторых штатах США – до 4%). Адвалорные затраты уменьшают налогооблагаемую прибыль и размер выгод, но их сумма зависит от состояния машины, что в нашей модели не учтено. Оказывается, что при определении выгод эти затраты можно не учитывать (как бы исключив их из состава операционных), если применить подход, предложенный в (Смоляк, 2012; Smolyak, 2012). При этом основное уравнение модели сохранится, но ставку дисконтирования понадобится увеличить на эффективную ставку адвалорных затрат. На этом основании принятую в наших расчетах ставку дисконтирования $r = 0,08$ можно считать реалистичной (тем более что зависимости $k(\tau)$ мало зависят от изменения этой ставки).

8. Проверка адекватности построенной модели

Разумеется, многие реальные машины не удовлетворяют требованиям, предъявляемым к МАШИНАМ в нашей модели. Владельцы не всегда следят за экономическими характеристиками машин и не всегда правильно назначают момент вывода их из эксплуатации. Тем не менее большинство владельцев машин стараются использовать их по возможности экономически рационально. Это позволяет считать, что динамика средних коэффициентов годности машин будет примерно такой же, как и в нашей модели. Мы попытались проверить эту гипотезу на примере бульдозеров Б10М ЧТЗ и экскаваторов ЭО 2621В. Для машин этих марок расчеты проводились в следующем порядке.

Вначале на основе цен первичного рынка оценивалась стоимость новых машин, а на основе цен на металлолом и подержанные детали машин – утилизационная стоимость машин. Отсюда выводилась и относительная утилизационная стоимость машин (u). Для бульдозеров Б10М ЧТЗ она составила примерно 0,07, для экскаваторов ЭО 2621В – 0,08.

По данным вторичного рынка сформировались выборки цен 188 бульдозеров и 190 экскаваторов разного возраста. Разделив цену каждой машины на стоимость новой машины той же марки, мы определили относительные цены машин.

Перебирались различные сочетания среднего срока службы машин T и коэффициента вариации срока службы v . При каждом соче-

тании решалась система (8)–(9) и рассчитывались средние коэффициенты годности по формуле (10). Однако поскольку эти коэффициенты отвечают нулевой утилизационной стоимости, они пересчитывались по формуле (11).

Определялось среднеквадратичное отклонение относительных цен машин разного возраста от соответствующих коэффициентов годности.

Выбиралось сочетание значений T и v , при котором это среднеквадратичное отклонение оказывалось бы наименьшим.

Результаты этой процедуры и оптимальные сочетания параметров T и v показаны на рис. 3–4.

Оказалось также, что построенные зависимости цен машин от возраста обеспечивают не меньшую точность аппроксимации, чем традиционные (степенные или экспоненциальные) регрессионные зависимости или указанные в (Справочник оценщика..., 2019).

Заметим, что средний срок службы бульдозеров Б10М ЧТЗ и экскаваторов ЭО 2621В, по расчетам, составил 11 лет. Амортизационный срок их службы в Республике Беларусь – 8 и 10 лет соответственно. В РФ эти машины попадают в четвертую амортизационную группу, которой отвечают сроки полезного использования от 5 до 7 лет. Как мы видим, средние сроки службы здесь превышают амортизационные, хотя процент превышения меньше рекомендованного в справочнике (Справочник оценщика..., 2019, табл. 5.2.1.1).

В обоих случаях коэффициент вариации срока службы v оказался около 0,6. В (Лейфер, Кашникова, 2008) со ссылкой на издания 1980-х годов утверждается, что обычно для машин, используемых в РФ, он должен составлять 0,3, ..., 0,4. Более подробная таблица коэффициентов вариации, учитывающая особенности производства и эксплуатации машин, была приведена в нормативном документе 1983 г. (РД 26-01-143-83⁹, табл. 3 справочного приложения 3) и с некоторыми изменениями повторена в учебниках XXI века (Острейковский, 2003; Питухин, Шиловский, Костюкевич, 2010; Гринчар, Чалова, Фомин, 2014). Из нее

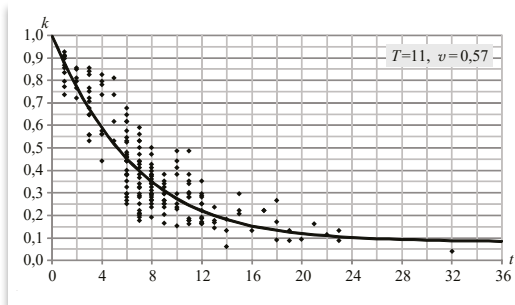


Рис. 3

Относительные цены и средние коэффициенты годности бульдозеров Б10М ЧТЗ разного возраста

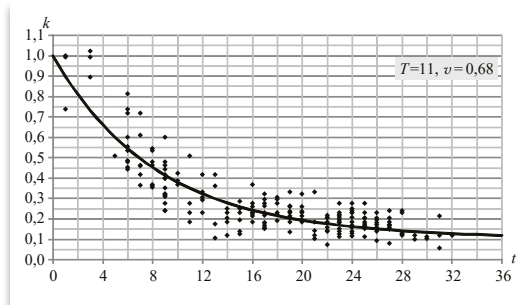


Рис. 4

Относительные цены и средние коэффициенты годности экскаваторов ЭО 2621В разного возраста

⁹ РД 26-01-143-83. Надежность изделий химического машиностроения. Оценка надежности и эффективности при проектировании.

вытекает, что для ряда машин не слишком высокого качества изготовления, условия эксплуатации которых могут меняться в широких пределах, значения ν могут превышать 0,6. На возможность больших коэффициентов вариации срока службы обращалось внимание и в (Смоляк, 2017). О том же свидетельствует и наличие на вторичном рынке относительно большого числа работоспособных машин (тракторов, экскаваторов, бульдозеров, дорожных катков, седельных тягачей и др.), возраст которых в 3–4 раза превышает амортизационный срок службы (см. рис. 3–4). Представляется, что сроки службы многих видов машин (по крайней мере эксплуатирующихся в российских условиях) на самом деле имеют высокие коэффициенты вариации, правда при этом распределения сроков службы имеют более тяжелые хвосты по сравнению с распределением Вейбулла–Гнеденко, на которое ориентировались авторы (Лейфер, Кашникова, 2008) и РД 26-01-143-83. Нельзя не отметить, что для описания отказов машин и их элементов многие авторы используют именно распределение Вейбулла–Гнеденко, подтверждая это фактическими данными. Однако в подавляющем большинстве таких публикаций речь идет лишь об отказах отдельных (хотя и наиболее важных) элементов машин – узлов и деталей, но не о фатальных (ресурсных) отказах машины в целом. Это объясняется тем, что для более или менее надежного установления вида распределения фатальных отказов потребовалось бы длительное наблюдение за сотнями машин с начала их эксплуатации, что практически невозможно.

9. Заключение

Предложенная модель позволяет выяснить влияние пуассоновского процесса деградации машин на их стоимость и срок службы, а также установить необходимую оценщикам зависимость средних коэффициентов годности от возраста. Случайный процесс деградации при этом характеризуется двумя параметрами, что можно считать преимуществом модели. Если деградация реальных машин определенной марки носит примерно такой характер, то параметры процесса можно оценить, не проводя каких-либо испытаний на надежность, а опираясь на данные о рыночных ценах машин разного возраста. Анализ модели лишней раз подтверждает выявленную ранее нецелесообразность применения метода прямой капитализации для оценки машин.

Принятую в статье модель процесса деградации машины нельзя считать достаточно адекватной – его можно описать и случайными процессами иного типа. Однако изложенный подход к установлению зависимостей коэффициентов годности от возраста будет применим и в таких ситуациях.

В предложенной модели учтено только ухудшение технического состояния машин в процессе эксплуатации, но не учтено, что они могут проходить капитальные ремонты, после которых техническое состояние существенно улучшается, а стоимость повышается. Это суще-

ственный недостаток модели. Теоретически устранить его можно. В теории надежности широко используются предложенные Кидзимой две концепции виртуального (эффективного) возраста, позволяющие моделировать процесс эксплуатации объектов и учитывающие последствия их ремонта (Kijima, 1989). По-видимому, эти концепции можно объединить с предложенной моделью деградации и построить зависимости коэффициентов годности машин от их виртуального (эффективного) возраста. Это позволило бы существенно повысить точность стоимостных оценок – ведь значительный разброс цен машин одного возраста во многом обусловлен нерегулярностью проведения капитальных ремонтов. К сожалению, реализация этой идеи сталкивается с двумя трудностями. Во-первых, нет надежной информации о том, как меняются производительность реальных машин и их операционные затраты после капитального ремонта при разных длительностях предыдущего межремонтного цикла. Это не позволяет хотя бы ориентировочно оценить калибровочные параметры моделей Кидзимы. Во-вторых, о продаваемых на российском рынке машинах обычно не известна история их капитальных ремонтов. Это не позволяет оценить виртуальный (эффективный) возраст продаваемых машин и, следовательно, сопоставить их цены с рассчитанными по модели стоимостями. Поэтому модели процессов деградации машин, учитывающие капитальные ремонты, вряд ли в ближайшее время можно будет использовать для стоимостной оценки.

ЛИТЕРАТУРА / REFERENCES

- Аркин В.И., Слостников А.Д., Смоляк С.А.** (2006). Оценка имущества и бизнеса в условиях неопределенности (проблемы «хвоста» и «начала») // *Аудит и финансовый анализ*. №1. С. 81–92. [Arkin V.I., Slastnikov A.D., Smolyak S.A. (2006). Valuation of property and business under uncertainty (problems of the “tail” and “beginning”). *Audit and Financial Analysis*, 1, 81–92 (in Russian).]
- Гринчар Н.Г., Чалова М.Ю., Фомин В.И.** (2014). Основы надежности машин. Часть 1: Учебное пособие. М.: МГУПС. [Grinchar N.G., Chalova M.Yu., Fomin V.I. (2014). *The basics of machine reliability*. Part 1: Study Guide. Moscow: MGUPS (in Russian).]
- Канторович Л.В.** (1960). Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М.: Изд-во АН СССР. [Kantorovich L.V. (1960). *Economic calculation of the best use of resources*. Moscow: Publishing House of the Academy of Sciences of the USSR (in Russian).]
- Лейфер Л.А., Кашникова П.М.** (2008). Определение остаточного срока службы машин и оборудования на основе вероятностных моделей // *Имущественные отношения в Российской Федерации*. № 1 (76). С. 66–79. [Leifer L.A., Kashnikova P.M. (2008). Determination of the residual life of machines and equipment based on probabilistic models. *Property Relations in the Russian Federation*, 1 (76), 66–79 (in Russian).]

- Лившиц В.Н.** (1971). Выбор оптимальных решений в технико-экономических расчетах. М.: Экономика. [**Livchits V.N.** (1971). *Selection of optimal solutions in technical and economic calculations*. Moscow: Ekonomika (in Russian).]
- Острейковский В.А.** (2003). Теория надежности: Учебник для вузов. М.: Высшая школа. [**Ostreikovskiy V.A.** (2003). *Reliability theory: A textbook for high schools*. Moscow: Higher School (in Russian).]
- Оценка машин и оборудования: учебник (2018). М.А. Федотова, А.П. Ковалев и др. 2-е изд. М.: ИНФРА-М. [*Machinery and equipment valuation: Textbook* (2018). Fedotova M. et al. Ed. 2nd. Moscow: INFRA-M (in Russian).]
- Питухин А.В., Шиловский В.Н., Костюкевич В.М.** (2010). Надежность лесозаготовительных машин и оборудования: Учебное пособие. СПб.: Лань. [**Pitukhin A.V., Shilovskiy V.N., Kostyukevich V.M.** (2010). *Reliability of forestry machines and equipment: Textbook*. St. Petersburg: Lan' (in Russian).]
- Мышанов А.И., Рослов В.Ю.** (2007). Модифицированный метод сроков жизни для расчета износа оборудования // *Вопросы оценки*. № 2. С. 64–68. [**Myshanov A.I., Roslov V.Yu.** (2007). Modified lifetime method for calculating equipment depreciation. *Voprosy Otsenki*, 2, 64–68 (in Russian).]
- Смоляк С.А.** (2005). О некоторых проблемах оптимизации разработки нефтяных месторождений. В сб.: «Анализ и моделирование экономических процессов». Под ред. В.З. Беленького. Вып. 2. М.: ЦЭМИ РАН. С. 115–138. [**Smolyak S.A.** (2005). On some problems in optimization of working out of oil sources. In: *Analysis and modeling of economic processes*. V.Z. Belenky (ed.). Issue 2. Moscow: CEMI Russian Academy of Sciences, 115–138 (in Russian).]
- Смоляк С.А.** (2008). Проблемы и парадоксы оценки машин и оборудования. М.: РИО МАОК. [**Smolyak S.A.** (2008). *Problems and paradoxes of machinery and equipment valuation*. Moscow: RIO MAOK (in Russian).]
- Смоляк С.А.** (2012). Стохастическая модель для оценки износа машин // *Экономика и математические методы*. Т. 48. № 1. С. 56–66. [**Smolyak S.A.** (2012). A stochastic model for assessing machinery depreciation. *Economics and Mathematical Methods*, 48, 1, 56–66 (in Russian).]
- Смоляк С.А.** (2014). Зависимость стоимости машин от возраста: проблемы и модели // *Аудит и финансовый анализ*. № 5. С. 138–150. [**Smolyak S.A.** (2014). The dependence of the market values of machinery and equipment items on their age: Problems and mathematical models. *Audit and Financial Analysis*, 5, 138–150 (in Russian).]
- Смоляк С.А.** (2016). Стоимостьная оценка машин и оборудования. М.: Опцион. [**Smolyak S.A.** (2016). *Machinery and equipment valuation*. Moscow: Option Publishing House (in Russian).]
- Смоляк С.А.** (2017). О вероятностных моделях для оценки остаточного срока службы и износа машин и оборудования // *Имущественные отношения в Российской Федерации*. № 2(185). С. 75–87. [**Smolyak S.A.** (2017). On probabilistic models for assessing the residual life and depreciation of machinery and equipment. *Property Relations in the Russian Federation*, 2 (185), 75–87 (in Russian).]

- Смоляк С.А.** (2018). Стоимостная оценка машин в условиях неопределенности их технико-экономических характеристик // *Аудит и финансовый анализ*. № 5. С. 52–60. [**Smolyak S.A.** (2018). Valuation of machines under uncertainty of their technical and economic characteristics. *Audit and Financial Analysis*, 5, 52–60 (in Russian).]
- Справочник оценщика машин и оборудования. Корректирующие коэффициенты и характеристики рынка машин и оборудования (2019). Под ред. Л.А. Лейфера. Изд. 2-е. Нижний Новгород: Приволжский центр методического и информационного обеспечения оценки. [*Handbook of appraiser of machinery and equipment. Correction factors and characteristics of the market of machinery and equipment* (2019). Leifer L.A. (ed.) 2nd. ed. Nizhny Novgorod: Volga Center for Methodological and Informational Evaluation (in Russian).]
- 2019 Cost index & depreciation schedules (2019). Raleigh: North Carolina Department of Revenue.
- 2020 Personal property manual (2020). Arizona Department of Revenue. Available at: https://azdor.gov/sites/default/files/media/PROPERTY_pp-manual.pdf
- AH 581. Assessor's Handbook, Section 581 (2019). Equipment and fixtures index, percent good and valuation factors. California State Board of Equalization. January.
- AH 582. Assessor's Handbook, Section 582 (1981). The explanation of the derivation of equipment percent good factors. California State Board of Equalization. February. Reprinted August 1997.
- Arts J.J.** (2017). *Maintenance modeling and optimization*. (BETA publicatie: Working Papers. Vol. 526). Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven.
- Hwang J.Q., Samat H.A.** (2019). IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 530 012048.
- Kijima M.** (1989). Some results for repairable systems with general repair. *Journal of Applied Probability*, 26 (1), 89–122.
- Li W., Pham H.** (2005). Reliability modeling of multi-state degraded systems with multi-competing failures and random shocks. *IEEE Transactions on Reliability*, 54 (2), 297–303.
- Lin Y.H., Li Y.F., Zio E.** (2014). Integrating random shocks into multi-state physics models of degradation processes for component reliability assessment. *IEEE Transactions on Reliability*, 64 (1), 154–166.
- Nakagawa T.** (2007). *Shock and damage models in reliability theory*. Berlin: Springer Verlag.
- Smolyak S.A.** (2012). Models for estimating depreciation in plants, machinery, and equipment: Analysis and proposals. *Journal of Property Tax Assessment & Administration*, 9, 3, 47–86.
- Wang Z., Huang H.-Z., Li Y., Xiao N.-C.** (2011). An approach to reliability assessment under degradation and shock process. *IEEE Transactions on Reliability*, 60 (4), 852–863.

Поступила в редакцию 30.01.2020

Received 10.01.2020

S.A. Smolyak

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy
of Sciences, Moscow, Russia

The Poisson process of machinery degradation: Application to valuation

Abstract. The machinery degradation process is described by a random process in which failures occur with constant intensity, and with each failure the rate of benefits generated by the machinery item reduces by a random amount. If the machinery item begins to generate negative benefits, it is subject to decommissioning. We get explicit expressions for the average life of the machinery items and the coefficient of variation of the service life. Machine's value is determined by discounting the flow of benefits from its future use. This allows to link this value with the rate of benefits that the machinery item brings. In cases where there is no information on the amount of such benefits, appraisers rely on the machine's age. However, different machinery items of the same age may be found in a different condition and therefore are characterized by different values. We offer formulas for calculating the percent good factors reflecting the average decrease in the equipment's value with age. To take into account the effects of income tax, property tax and inflation, it suffices to adjust the discount rate in the constructed model. It has been verified that the proposed dependencies are in a fairly good agreement with market price data for two different types of construction equipment.

Keywords: *machinery, market value, benefits, valuation, age, depreciation, percent good factors, degradation, failures, exponential failure distribution.*

JEL Classification: C44, C52, D46, D81, M11.

DOI: 10.31737/2221-2264-2020-48-4-3