

А.В. Сидоров^{1,2}

Институт математики СО РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Городские издержки и их роль в теории центральных мест а Іа Кристаллер–Леш

Аннотация. Одной из наиболее удивительных черт, присущих пространственной экономике, является то, что города образуют устойчивые иерархические системы, демонстрирующие определенную закономерность между численностью населения и объемом предоставляемых общественных благ. В качестве возможного механизма формирования таких иерархических систем рассматривается модель пространственной экономики с монополистически конкурентными рынками при многоотраслевом индустриальном секторе. Транспортные издержки предполагаются пренебрежимо малыми, поэтому ключевую роль в формировании иерархической системы городов будут играть городские издержки, под которыми понимаются затраты, связанные с проживанием (арендная плата), и транспортные расходы по перемещению работника от места проживания к месту работы. В отличие от издержек транспортировки товаров эти затраты играют в крупных городах существенную дисперсионную роль, препятствуя безграничному росту их размеров. Агломерационный эффект в данной модели порождается наличием в городах локальных неторгуемых общественных благ, привлекающих дополнительное население за счет оттока жителей из населенных пунктов более низкого ранга. Показано, что в данной модели образуется единственный равновесный исход, демонстрирующий черты, присущие наблюдаемым в реальности иерархическим городским структурам.

Ключевые слова: общественные блага, центральные места, городские издержки, иерархия городов, монополистическая конкуренция.

Классификация JEL: R12, R13, H41.

DOI: 10.31737/2221-2264-2018-40-4-1

Введение

В своей статье с примечательным названием «Confronting the Mystery of Urban Hierarchy» П. Кругман (Krugman, 1996) сформулировал ряд вопросов, связанных с наблюдаемой устойчивой тенденцией формирования иерархических систем городов, и сделал краткий обзор моделей и подходов, объясняющих наблюдаемые явления. Последний абзац статьи звучал не слишком радостно: «Несостоятельность существующих моделей в объяснении поразительной эмпирической закономерности (одной из наиболее ошеломляющих эмпирических закономерностей в экономике!) указывает на то, что, несмотря на значительный прогресс в современном моделировании городских систем, мы все еще упускаем нечто исключительно важное. Предложения приветствуются»³.

¹ Исследование проводилось при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18-010-00728) и программы фундаментальных научных исследований СО РАН № I.5.1 (проект 0314-2016-0018).

² Автор выражает искреннюю благодарность Жаку-Франсу Тиссу и Кристиану Беренсу за сотрудничество и полезные советы на начальном этапе этого исследования, а также анонимному рецензенту, чей вклад в формирование окончательного варианта текста по праву можно считать соавторским.

³ The failure of existing models to explain a striking empirical regularity (one of the most overwhelming empirical regularities in economics!) indicates that despite considerable recent progress in the modeling of urban systems, we are still missing something extremely important. Suggestions are welcome» (Krugman, 1996).

После выхода статьи П. Кругмана появился определенный прогресс в моделировании городских систем, и некоторые вопросы, поставленные им, получили решение, однако основные успехи в этом направлении были связаны с моделями стохастического характера, со случайным возникновением и развитием городов и с аксиоматически встроенным законом распределения, как правило, распределением Парето (Gabaix, 1999; Eeckhout, 2004). В этом случае объяснение переносится в другую плоскость и вопрос, почему справедлив закон Ципфа, подменяется вопросом, почему справедлив степенной закон распределения. Заметим, что этот методологический недостаток стохастических моделей отмечался еще в упомянутой работе Кругмана.

Настоящая работа не претендует на исчерпывающее объяснение тайны городских иерархий и не пытается заменить подходы, используемые в других работах. Ее целью является демонстрация того, что в абсолютно детерминистическом контексте при полной однородности населения/фирм относительно потребительских предпочтений/производительности естественным образом возникают иерархические городские структуры, демонстрирующие основные особенности этих структур, наблюдаемые в реальности.

Литература, изучающая сходные и смежные вопросы, весьма обширна, и ее исчерпывающее описание требует иного формата изложения. В качестве примера фундаментального труда по проблемам городских агломераций можно привести (*Handbook of Regional...*, 2004, Vol. 4). В одной из глав этой книги приведен обзор о микрооснованиях возникновения и развития городских агломераций (Duranton, Puga, 2004), обзор теорий о формировании систем городов можно найти в (Abdel-Rahman, Anas, 2004); о теоретических объяснениях наблюдаемого закона распределения размера городов см. (Gabaix, Ioannides, 2004); о вопросах размещения производства с позиции подходов Новой экономической географии см. (Ottaviano, Thisse, 2004). В (*Handbook of Regional...*, 2015, Vol. 5) ряд вопросов получил дальнейшее развитие в статье (Combes, Gobillon, 2015), посвященной эмпирическим данным о локальных детерминантах агломерационных эффектов, а в (Behrens, Robert-Nicoud, 2015) приведены результаты, связанные с агломерационными эффектами, основанными на сортинге гетерогенных агентов. Среди других работ, посвященных исследованию неравенства городов, основанного на различиях в производительности фирм, следует отметить (Behrens et al., 2014; Behrens, Robert-Nicoud, 2014; Behrens, Duranton, Robert-Nicoud, 2014; Combes et al., 2012).

Изучаемая в настоящей работе модель следует традиционному подходу Кристаллера к обоснованию формирования иерархических систем городского типа (так называемой теории центральных мест Кристаллера–Леша (Christaller, 1933, Lösch, 1940), заключающемуся в том, что центральные места ранжируются в соответствии с объ-

емом общественных благ, локально предоставляемых своим жителям. Локальность предоставления означает, что потребителем этого блага можно стать лишь переехав в этот город⁴ на постоянное жительство и его невозможно перепродать жителям других центральных мест. Таким образом, локальные общественные блага порождают агломерационные силы, притягивающие дополнительное население в города с более высоким уровнем общественных благ. Однако ввиду отсутствия тенденции к объединению всего населения страны в один город (существующие города-государства являются скорее исключением, чем правилом) этот агломерационный эффект, очевидно, компенсируется некоторыми дисперсионными силами. В классическом подходе Кристаллера источником этого дисперсионного эффекта являются транспортные издержки между городами. Не отрицая важности данного фактора, отметим, что за период Индустриальной революции произошло колоссальное снижение таких издержек (Baigoch, 1988; Glaeser, Kohlhase, 2003) и данная тенденция сохраняется в постиндустриальную эпоху. Общемировой тенденцией является снижение роли, и даже полное искоренение внеэкономических институциональных препятствий к свободному передвижению населения, как, например, имущественный ценз, институт прописки и т.п. Это, безусловно, привело к усилению агломерационных эффектов, однако далеко не в той степени, которую можно было бы ожидать, если дисперсионные силы основывались бы только на упомянутых факторах. Следовательно, дисперсионный эффект имеет под собой и иные основания, роль которых за это время не только не уменьшилась, но даже возросла.

Речь идет о так называемых «городских издержках» (urban costs), которые складываются главным образом из двух основных составляющих: издержек проживания (housing costs) и издержек перемещения (commuting costs). При этом если издержки проживания носят в основном прямой характер, выражающийся в ценах на жилье/стоимости аренды, запредельно высокими в крупных городах и вполне умеренными на периферии, то издержки перемещения, помимо прямых издержек транспортирования работника от места жительства к месту работы, могут включать косвенные издержки, связанные с потерей времени, необходимостью эмоциональной рекреации и т.п.

В настоящей работе мы будем изучать дисперсионный эффект городских издержек в чистом виде, предполагая, что транспортные/торговые издержки пренебрежимо малы, а население абсолютно мобильно. В реальной жизни, и особенно в странах с достаточно большими расстояниями, это далеко не так, однако подобная идеализация вполне допустима при изучении дисперсионного эффекта городских издержек, поскольку отброшенные факторы действуют в том же самом направлении и могут лишь усиливать эффект городских издержек, но не компенсировать его.

⁴ Термин «центральное место» является более общим, нежели «город», поскольку может обозначать любое поселение, независимо от размера, но в то же время он более громоздок, в дальнейшем, в целях сокращения речи, оба термина будут использоваться как синонимы.

Еще одно отличие нашей работы от классического подхода Кристаллера заключается в том, что в основе индустриального сектора лежит механизм монополистической конкуренции в духе Диксита–Стиглица, более адекватный современной ситуации, нежели модель совершенной конкуренции, использованная Кристаллером. Данный подход является достаточно традиционным в современных моделях экономики города (*urban economics*) и пространственной экономики (*spatial economics*), кроме того, свойственный моделям монополистической конкуренции эффект возрастающей отдачи от масштаба вносит дополнительный вклад в эффект агломерации, что нельзя не учитывать в контексте современной теории отраслевых рынков и пространственной экономики.

Индивиды и предприниматели даже в ситуации полной свободы могут лишь адаптироваться к окружающей среде, выбирая для поселения определенный тип города в иерархии центральных мест, а затем конкретное место жительства внутри города, но не могут оказывать влияния на структуру иерархии в целом. Поэтому в данной работе будет рассмотрена концепция краткосрочного равновесия, при которой структура иерархии предполагается экзогенно заданной.

При этих предположениях мы покажем, что равновесие в нашей модели вполне согласуется с наблюдаемыми явлениями, в частности с более высокой численностью населения по мере увеличения ранга, более высокой заработной платой и более высокой стоимостью жилья в крупных городах. Отсюда следует вывод, что поскольку эти эффекты являются естественным рыночным исходом в условиях свободы выбора, нет смысла бороться с проявлениями этого неравенства в краткосрочной перспективе. Что касается долгосрочной перспективы, то модельное предположение о существовании суперагента (социального планировщика), способного манипулировать структурой иерархии при сохранении свободы перемещения населения и стремящегося максимизировать общественное благосостояние, может, конечно, служить способом определения идеального равновесия. Однако реалистичность подобного предположения вызывает серьезные сомнения и требует, как минимум, существенного изменения в интерпретации, поэтому в рамках данной работы такая концепция долгосрочного равновесия рассматриваться не будет.

1. Модель

1.1. Пространственная структура экономики

Рассмотрим экономику с двумя секторами (условно говоря, аграрным сектором и индустриальным сектором), устроенными различным образом как в экономическом, так и в пространственном плане.

Аграрный сектор производит однородный продукт в условиях совершенной конкуренции и постоянной отдачи от масштаба и рассма-

тривается как равномерно заселенная среда, окружающая индустриальную зону. Совокупное население сельскохозяйственной зоны полагается равным L_0 . Основной фокус нашей модели будет относиться к индустриальному сектору, в то время как аграрный сектор будет рассматриваться как неподвижная окружающая среда. Единственное наше предположение об аграрном секторе будет заключаться в том, что размер населения L_0 достаточно велик, для того чтобы произвести необходимое количество однородного блага, запрашиваемого индустриальным сектором. Это неявно подразумевает избыточность предложения труда в аграрном секторе, который является неиссякаемым источником, поставляющим трудовые ресурсы индустриальному сектору.

Индустриальный сектор пространственно организован как совокупность городов, или центральных мест, различного ранга, вмещающих фирмы и работников/потребителей. В качестве модели города будет использоваться одномерная моноцентрическая модель Алонсо (Alonso, 1964), т.е. для каждого города в его центре экзогенно задан центральный деловой район (ЦДР)⁵. Имеющееся пространство достаточно велико, для того чтобы разместить все центральные места без наложения. Совокупное население урбанизированной части экономики, т.е. всей совокупности центральных мест, будем обозначать через L_H .

Каждое центральное место (ЦМ) характеризуется своим *рангом* $r \geq 1$ в иерархии. Один и тот же ранг могут иметь несколько центральных мест. Количество ЦМ ранга r обозначим через M_r , $r \leq h$, где h — максимальное число, в дальнейшем именуемое высотой иерархии, для которого $M_h > 0$. В рамках модели города одинакового ранга являются близнецами, т.е. они идентичны по всем характеристикам. Поэтому в обозначениях не будет уточняться собственное имя города среди множества одноранговых ЦМ, например, будет использоваться единое обозначение l_r для численности населения всех городов ранга r , совокупное население L_r всех городов слоя r будет равно $M_r l_r$, и т.д.

Экзогенно заданный аграрный слой имеет условный ранг 0. Ранг ЦМ r характеризуется величиной G_r локальных неторгуемых общественных благ. Следуя идеям работы (Christaller, 1933), мы предполагаем, что ЦМ более высокого ранга предоставляет своим жителям более широкий спектр общественных благ, нежели низкоранговые, т.е. выполнено неравенство $G_{r-1} < G_r$ для всех $r \geq 1$, для аграрного слоя ранга 0 полагаем $G_0 = 0$.

Использование термина «общественное благо» в данном контексте может быть подвергнуто вполне справедливой критике, поскольку в данной модели отсутствует проблематика финансирования и производства этого общественного блага, которая обычно является центральным вопросом. В данном случае благо уже считается произведенным и неисключаемым в потреблении (для жителей данного города), в частности бесплатным. В то же время данное

⁵ См. в (Duranton, Puga, 2004) подробный обзор механизмов, объясняющих эндогенное формирование центральных деловых районов.

благо характеризуется локальностью и неторгуемостью, тем самым полезность, извлекаемая в ходе его потребления, будет абсолютно нетрансферабельной. Возможно, более точным по смыслу было бы использование англоязычного термина «amenity» (см., например, (Courant, Deardorff, 1993)), который, к сожалению, можно лишь приблизительно перевести на русский язык как «комфортабельность»/ «удобство проживания», однако и этот термин будет довольно расплывчатым, включая в себя потенциально такие факторы, как климат, исторические достопримечательности и т.п. В этой ситуации использование термина «общественное благо», пусть и в специфическом смысле, возможно, будет более приемлемым. В качестве примера работы, изучающей формирование структуры города, обусловленного тем или иным уровнем комфортабельности, можно отметить статью (Bruekner et al., 1999).

1.2. Потребительские предпочтения

Потребительские блага подразделяются на четыре типа.

1. Локальные общественные блага фиксированного объема G_r (для ЦМ ранга r), которые потребляются там, где были произведены.

2. Однородное благо Q_0 , производимое в аграрном секторе, которое выбирается в качестве эталонного (numéraire).

3. Блага, которые производятся в индустриальном секторе в условиях монополистической конкуренции и возрастающей отдачи от масштаба и с потребительской точки зрения представляют собой горизонтально дифференцированные блага, стратифицированные по рангу, а внутри слоя ранга r континуум благ $\mathbf{q}_r \equiv \{q_r(i), i \in [0, N_r]\}$ горизонтально дифференцируется по массе фирм N_r , входящих в слой r . В силу сделанного выше условия идентичности одноранговых городов число фирм в каждом городе слоя одинаково и равно $n_r = N_r / M_r$. Взаимно-однозначное соответствие между ассортиментом товаров/брендов и массой всех фирм является тривиальным следствием роста экономики от масштаба и представляет собой общее место в теории монополистической конкуренции. Как и в работах (Mirrlees, 1972; Henderson, 1974) и др., мы предполагаем, что эти товары торгуются без издержек⁶.

4. Земля, используемая для проживания. Каждый потребитель предъявляет фиксированный, абсолютно неэластичный спрос, на участок земли для проживания, величина которого нормирована к единице.

Все потребители характеризуются идентичными квазилинейными функциями полезности, определенными на множестве торгуемых (нелокальных) благ $(Q_0, \mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_h)$ соотношением $U(Q_0, \mathbf{q}) = Q_0 + u(\mathbf{q})$, где $u(\mathbf{q})$ – некоторая строго вогнутая возрастающая функция полезности на совокупности всех горизонтально дифференцированных благ $\mathbf{q} = (\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_h)$, производимых во всех ранжированных слоях. Если потребитель селится в ЦМ ранга r , то при заданном объеме потре-

⁶ Данное предположение отражает упоминавшийся во введении известный факт, что в настоящее время для большинства товаров, не требующих специальных условий транспортировки, вклад транспортных издержек в итоговую цену составляет несколько процентов.

бления торгуемых благ уровень получаемой им полезности равен $U_r(Q_0, \mathbf{q}) = G_r + Q_0 + u(\mathbf{q})$.

Перейдем к характеристике бюджетного множества потребителя в определенном слое r . Напомним, что в данной работе используется модель линейного моноцентричного города с центральным деловым районом (ЦДР), размещенным в начале координат 0. В силу предположений о равномерной плотности расселения и нормировке размера участка проживания ЦМ с населением l_r представляет отрезок $[-l_r / 2, l_r / 2]$. Отметим, что хотя в нашей модели численность населения l_r определяется эндогенно, с точки зрения отдельно взятого жителя, размер города представляет экзогенно заданную величину. Для потребителя/работника, проживающего в локации $x \in [-l_r / 2, l_r / 2]$, необходимо совершать поездки к месту работы в ЦДР, при этом его издержки (в денежной форме) на единицу расстояния равны величине $t > 0$. Общие издержки перемещения (commuting costs) составляют $t|x|$.

Пусть через $R_r(x)$ обозначена функция земельной ренты (т.е. арендная плата за жилье), которая зависит от локации x и специфична для центральных мест определенного ранга r . Введем обозначение

$$ALR_r = \int_{-l_r/2}^{l_r/2} R_r(x) dx$$

для агрегированной земельной ренты, специфичной для ЦМ ранга r . В дальнейшем мы будем следовать общепринятой практике, полагая, что агрегированная рента равномерно перераспределяется между всеми жителями города (Arnott, Stiglitz, 1979).

Бюджетное ограничение потребителя, проживающего в локации x в городе ранга r , имеет вид

$$\sum_{s=1}^h \int_0^{N_s} p_{sr}(i) q_{sr}(i) di + Q_0 + R_r(x) + t|x| = w_r + ALR_r / l_r + \bar{Q}, \quad (1)$$

где w_r – ставка заработной платы; \bar{Q} – начальный запас потребителя⁷; $q_{sr}(i)$ – объем товара, произведенного фирмой $i \in [0, N_s]$, расположенной в одном из ЦМ ранга s ; $p_{sr}(i)$ – цена этого товара. Перепишем (1) в виде

$$\sum_{s=1}^h \int_0^{N_s} p_{sr}(i) q_{sr}(i) di + Q_0 = w_r + ALR_r / l_r + \bar{Q} - (R_r(x) + t|x|).$$

Нетрудно заметить, что извлекаемый потребителями уровень полезности $U(Q_0, \mathbf{q}) = Q_0 + u(\mathbf{q})$ отрицательно зависит от величины совокупных городских издержек $R_r(x) + t|x|$, которые несет потребитель, проживающий в локации x . Это приводит к тому, что на рынке жилья растет спрос на локации с низким уровнем совокупных городских издержек и, напротив, спрос на локации с высоким уровнем городских издержек будет снижаться, что с необходимостью приведет к корректировке арендной платы за жилье, до тех пор пока величина городских издержек $R_r(x) + t|x|$ не станет одинаковой для всех локаций; в частности, должно выполняться тождество $R_r(l_r / 2) + t l_r / 2 = R_r(x) + t|x|$ для всех $R_r(l_r / 2) + t l_r / 2 = R_r(x) + t|x|$.

⁷ Мы предполагаем, что начальный запас \bar{Q} достаточно велик, для того чтобы в равновесии потребление товаров было строго положительным.

При этом застройка города будет продолжаться, до тех пор пока арендная плата за жилье не сравняется с прибылью от альтернативного (в нашей модели – аграрного) использования земли. Поскольку в нашем случае аграрный сектор играет вспомогательную роль, мы введем достаточно распространенное в городской экономике предположение о том, что альтернативная стоимость земли равна нулю, т.е. $R_r(l_r/2) = 0$. Отсюда следует, что $R_r(x) = t(l_r/2 - |x|)$, $ALR_r = tl_r^2/4$. Бюджетное ограничение (1) принимает вид

$$\sum_{s=1}^h \int_0^{N_s} p_{sr}(i) q_{sr}(i) di + Q_0 = \hat{w}_r,$$

где $\hat{w}_r = \bar{Q} + w_r - l_r t/4$ – величина *располагаемого дохода* потребителя, поселившегося в ЦМ, расположенном в слое ранга r .

Для потребителей в аграрном секторе бюджетное ограничение выглядит аналогично, с той лишь разницей, что у них отсутствуют городские издержки, поэтому их располагаемый доход равен $\bar{Q} + w_0$. Более того, в дальнейшем мы будем предполагать $w_0 = 0$ по аналогии с нулевой альтернативной стоимостью земли, что позволяет исключить константы, которые с качественной точки зрения не оказывают влияния на итоговые результаты.

1.3. Производство

Каждый потребитель, будучи одновременно работником, неэластично предлагает на рынке труда единицу рабочей силы. В отличие от аграрного сектора производство в урбанизированной зоне происходит в условиях монополистической конкуренции. Индустриальные фирмы расположены в центральных деловых районах соответствующих ЦМ. Производство q единиц разновидности товара i требует $f_r + c_r q$ единиц труда, где $f_r > 0$, $c_r > 0$ соответственно фиксированные и предельные издержки труда. Поскольку влияние каждой отдельной фирмы пренебрежимо мало, фирма, производящая конкретную разновидность горизонтально дифференцированного блага, максимизирует функцию прибыли

$$\pi_r = \sum_{s=0}^h (p_{rs} - c_r w_r) q_{rs}(p_{rs}, \mathbf{p}) L_s - f_r w_r$$

(здесь в число потребителей индустриального дифференцированного блага включено также и сельскохозяйственное население) относительно своей цены p_{rs} , воспринимая прочие цены \mathbf{p} как заданные внешние параметры. Решение задачи максимизации прибыли фирмы позволяет получить равновесные цены p_{rs}^* , в свою очередь, равновесные ставки заработной платы w_r^* определяются из условий нулевой прибыли $\pi_r(\mathbf{p}^*; w_r^*) = 0$.

1.4. Миграция и развитие городов

После того как по всем товарам установились равновесные цены, а во всех городах – равновесные ставки заработных плат,

потребители достигают определенного уровня благосостояния $V_r = U_r(Q_0^*, \mathbf{q}^*)$, который может быть различным в зависимости от ранга ЦМ. Предполагая, что каждый потребитель не только стремится получить максимальный уровень полезности в текущем месте проживания, но и может сменить это место на более благоприятное (т.н. «голосование ногами» (Tiebout, 1956)), мы получаем еще одно условие пространственного равновесия, заключающееся в том, что миграция будет продолжаться, до тех пор пока уровень благосостояния не станет одинаковым во всех слоях, т.е. будут выполняться равенства $V_r = V_0$ для всех $r = 1, \dots, h$, где V_0 – аграрный уровень благосостояния.

При этом естественным образом предполагается выполнение баланса по населению $\sum_{r=1}^h M_r l_r = L_H$, где L_H – совокупное население индустриального сектора, совокупное население в экономике составляет величину $L = L_0 + L_H$.

Замечание. Данную модель можно соотнести с моделью, изучавшейся в книге (Fujita, Thisse, 2014, Chapter 4, 4.1). Общей чертой этих моделей является то, что система городов подразделяется в систему кластеров/слоев, при этом в модели Фуджиты–Тисса признак кластеризации основан на специализации городов в выпуске единого однородного блага, в то время как в нашей модели расслоение происходит на основе различия в уровне предоставления локального неторгуемого общественного блага G_r , а производство торгуемого горизонтально дифференцированного блага происходит в условиях монополистической конкуренции. Кроме того, в модели Фуджиты–Тисса численность населения каждого города регулировалась локальным правительством (Local City Developers), целью которого является максимизация локального уровня благосостояния, тем самым не предполагалась свободная миграция работников. Агломерационные силы в модели Фуджиты–Тисса основывались на положительных экстерналиях концентрации производства, в то время как наша модель сфокусирована прежде всего на агломерационном эффекте локальных общественных благ. В некотором смысле эти модели можно считать комплементарными – каждая из них фокусирует внимание на факторах, которые отсутствуют/игнорируются в другой. Следует отметить, что модель Фуджиты–Тисса является в большей степени эндогенизированной, поскольку в ней структура иерархии M_r определялась эндогенно как одна из характеристик равновесного исхода, однако достигалось это за счет введения предположения о существовании социальных планировщиков. Наша модель тоже допускает подобное расширение, однако ввиду его крайней дискусионности это предположение не будет использоваться в данной работе.

1.5. Пространственное равновесие

Суммируя сказанное выше, мы можем теперь точнее сформулировать концепцию равновесия, основанного на следующих условиях.

1. Локальное равновесие фирм и потребителей:

- каждый потребитель максимизирует свою функцию полезности при локальном бюджетном ограничении;
- каждая фирма максимизирует свою прибыль, функционируя на локальном рынке труда с полной занятостью;
- вход в отрасль является свободным в каждой локации и продолжается до достижения фирмами нулевой прибыли.

2. Глобальное равновесие на рынках всех разновидностей потребительских благ: по всем разновидностям дифференцированных благ спрос равен предложению.

3. Миграционная устойчивость. У потребителей не существует стимулов для изменения своего размещения:

- внутри ЦМ, т.е. располагаемый доход потребителя одинаков во всех локациях внутри города;
- между ЦМ, т.е. уровень благосостояния потребителей одинаков для центральных мест всех рангов.

Если при заданных значениях M_r состояние экономики удовлетворяет условиям 1–3, будем говорить, что имеет место **пространственное равновесие**.

2. Квазилинейная CES-CES модель

Сформулированный в разд. 1 общий подход может применяться в достаточно широких рамках, включающих различные типы потребительских предпочтений и производственных издержек фирм. Однако в общем случае вопросы единственности и сравнительной статики равновесий, а возможно и существования, могут вызвать значительные затруднения технического характера. Для иллюстрации работоспособности подхода и характера получаемых результатов рассмотрим относительно простой тип потребительских предпочтений, позволяющий получить решение, по большей части, в явном виде.

Пусть $U(Q_0, \mathbf{q}) = Q_0 + (1/\rho_0) \sum_{s=1}^h Q_s^{\rho_0}$ – функция с постоянной эластичностью замещения $\sigma_0 = 1/\rho_0(1-\rho_0)$ относительно однородных CES-агрегаторов $Q_s = \left(\int_0^{N_s} q_s^{\rho}(i) di \right)^{1/\rho}$, где $0 < \rho_0 < \rho < 1$ ⁸. Неравенство $\rho_0 < \rho$ отражает тот факт, что эластичность замещения между агрегаторами меньше эластичности замещения $\sigma = 1/(1-\rho)$ между разновидностями горизонтально дифференцированного блага, производимого в сходных условиях, в одноранговых центральных местах. Это условие указывает на более высокую склонность к разнообразию потребителей по отношению к разновидностям благ, произведенных разными слоями, нежели склонность к разнообразию по отношению к более близким по происхождению разновидностям горизонтально дифференцированного блага. Таким образом, функция полной полезности потребления в ЦМ ранга $r \geq 1$ определяется формулой

$$U_r(Q_0, \mathbf{q}) = G_r + Q_0 + \frac{1}{\rho_0} \sum_{s=1}^h \left(\int_0^{N_s} q_{sr}^{\rho}(i) di \right)^{\rho_0/\rho},$$

⁸ Такой вид функции позволяет включить в рассмотрение класс функций Log-CES: $Q_0 + \sum_{s=1}^h \ln Q_s$, в качестве предельного случая $\rho_0 \rightarrow 0$. В итоговых результатах достаточно будет сделать подстановку $\rho_0 = 0$.

а задача потребителя в слое r принимает вид

$$U_r(Q_{0r}, \mathbf{q}) \rightarrow \max_{\mathbf{q}} \text{ при } Q_{0r} + \sum_{s=1}^h \int_0^{N_s} p_{sr}(i) q_{sr}(i) di = \hat{w}_r,$$

где $q_{sr}(i)$ – количество разновидности i горизонтально дифференцированного товара, произведенного в слое s и потребленного в слое r ; $p_{sr}(i)$ – цена разновидности i горизонтально дифференцированного товара, произведенного в слое s и потребленного в слое r , а располагаемый доход $\hat{w}_r = \bar{Q} + w_r - t l_r / 4$.

Потребительское равновесие. Стандартные вычисления показывают, что решение задачи потребителя, т.е. спрос на разновидности горизонтально дифференцированного блага, выражается формулой

$$q_{sr}(i) = p_{sr}^{-1/(1-\rho)}(i) \left(\int_0^{N_s} p_{sr}^{-\rho/(1-\rho)}(j) dj \right)^{-(\rho-\rho_0)/[\rho(1-\rho_0)]}. \quad (2)$$

Производственное равновесие. Пусть L_s – совокупная численность населения во всех ЦМ ранга s . Очевидно, что имеет место тождество $L_s = l_s M_s$, однако пока нам будет удобно рассматривать L_s как независимые параметры. В дальнейшем будем предполагать, что производственные издержки одинаковы для всех слоев $c_r = c$, $f_r = f$. Например, это может быть отражением идеи о том, что при миграции между городами разных рангов индивидуальные способности работников не меняются. На этот счет возможна и иная точка зрения, однако в этом случае пришлось вводить в модель дополнительные механизмы, объясняющие воздействие окружающей среды на производительность труда работника, например механизм взаимоотбора более производительных фирм и работников с большим трудовым потенциалом (см., например, (Helman et al., 2010)). Без ограничения общности можно считать, что предельные издержки труда нормированы к единице $c = 1$.

Максимизируя функцию прибыли

$$\pi_r = \sum_{s=0}^h (p_{rs} - w_r) q_{rs}(p_{rs}) L_s - f w_r,$$

где $q_{rs}(p_{rs})$ находится из (2) инверсией r и s . Путем стандартных вычислений имеем равновесные цены $p_{rs}^* \equiv p_r^* = w_r / \rho$. Отсюда следует, что равновесные объемы потребления равны

$$q_{rs}^* = (\rho / w_r)^{1/(1-\rho_0)} N_r^{-(\rho-\rho_0)/[\rho(1-\rho_0)]}.$$

Равновесные ставки заработных плат w_r^* , $r = 1, \dots, h$ традиционно определяются через условия нулевой прибыли:

$$\pi_r = \sum_{s=0}^h (p_{rs}^* - w_r) q_{rs}^* L_s - f w_r = 0,$$

в которые следует подставить найденные выше равновесные значения цен и объемов. В результате получаем $w_r^* = ((1-\rho)L / f)^{1-\rho_0} \rho^{\rho_0} N_r^{-(\rho-\rho_0)/\rho}$ (чем больше в слое фирм, тем ниже заработная плата), откуда

$$p_{rs}^* \equiv p_r^* = ((1-\rho)L / (\rho f))^{1-\rho_0} N_r^{-(\rho-\rho_0)/\rho}, \quad q_{rs}^* = \rho f / [(1-\rho)L],$$

т.е. размер покупки одной разновидности неизменен, что приводит к положительной связи числа работников и фирм в слое.

Равновесие на рынке труда. Условие баланса спроса и предложения на каждом локальном рынке труда влечет равенство

$$L_r = N_r \left(f + \sum_{s=0}^h q_{rs}^* L_s \right) = N_r \left(f + \frac{\rho f}{(1-\rho)L} \sum_{s=0}^h L_s \right) = \frac{f N_r}{1-\rho}, \quad r = 1, \dots, h,$$

тогда

$$N_r = (1-\rho)L_r / f. \quad (3)$$

Подставляя это значение в найденные выше выражения для заработных плат и цен, получаем, что чем больше в слое людей, тем ниже заработные платы и отпускные цены:

$$w_r^* = \left[(1-\rho)^{\rho_0(1-\rho)/\rho} \rho^{\rho_0} / f^{\rho_0(1-\rho)/\rho} \right] L^{1-\rho_0} / L_r^{(\rho-\rho_0)/\rho}, \quad (4)$$

$$p_r^* = \left[(1-\rho)^{\rho_0(1-\rho)/\rho} / (f^{\rho_0(1-\rho)/\rho} \rho^{1-\rho_0}) \right] L^{1-\rho_0} / L_r^{(\rho-\rho_0)/\rho}. \quad (5)$$

После подстановки этих выражений в бюджетное равенство равновесный объем потребления однородного блага рассчитывается по формуле

$$Q_{0r}^* = \hat{w}_r - \sum_{s=1}^h \int_0^{N_s} p_{sr}(i) q_{sr}(i) di = \hat{w}_r - \left[\frac{\rho}{L} \left(\frac{1-\rho}{f} \right)^{(1-\rho)/\rho} \right]^{\rho_0} \sum_{s=1}^h L_s^{\rho_0/\rho}. \quad (6)$$

Следовательно, величина полной косвенной полезности для жителей слоя $r \geq 0$ равна

$$V_r = G_r + \hat{w}_r + \left[\frac{\rho}{L} \left(\frac{1-\rho}{f} \right)^{(1-\rho)/\rho} \right]^{\rho_0} \frac{1-\rho_0}{\rho_0} \sum_{s=1}^h L_s^{\rho_0/\rho}. \quad (7)$$

Миграционная устойчивость. В силу (7) условие отсутствия стимулов к миграции $V_r = V_s \quad \forall r, s$ справедливо в том и только в том случае, если выполнены равенства

$$G_r + \hat{w}_r = G_0 + \hat{w}_0 = G_0 + \bar{Q} + w_0$$

для всех $r = 1, \dots, h$. В силу предположений о нормировке параметров для аграрного сектора $G_0 = w_0 = 0$, отсюда, по определению величины располагаемого дохода $\hat{w}_r = w_r + \bar{Q} - t l_r / 4$, мы получим равновесные значения населения городов l_r^* для всех рангов $r = 1, \dots, h$:

$$l_r^* = \frac{4[G_r + w_r^*]}{t} = \frac{4}{t} \left[G_r + \frac{(1-\rho)^{\rho_0(1-\rho)/\rho} \rho^{\rho_0}}{f^{\rho_0(1-\rho)/\rho}} \frac{L^{1-\rho_0}}{L_r^{(\rho-\rho_0)/\rho}} \right]. \quad (8)$$

2.1. Пространственное равновесие и ранжирование городов

Мы исходим из предположения, что количества центральных мест M_r для каждого ранга заданы экзогенно и удовлетворяют условию $M_1 > \dots > M_h$. Более того, мы будем использовать более сильное предположение

$$M_{r+1} G_{r+1} \leq M_r G_r, \quad r = 1, \dots, h-1, \quad (9)$$

зключающееся в том, что *совокупный* объем общественных благ более высокого ранга не превышает совокупного объема благ более низкого ранга. Это является отражением интуитивно ясного соображения, что высокоранговые общественные блага более затратны, нежели низкоранговые, поэтому всегда находятся в относительном дефиците.

По определению совокупное население слоя ранга r удовлетворяет равенству $L_r = M_r l_r$, поэтому в равновесии должно выполняться равенство

$$L_r = M_r l_r^* = \frac{4M_r G_r}{t} + \frac{4(1-\rho)^{\rho_0(1-\rho)/\rho} \rho^{\rho_0} L^{1-\rho_0} M_r}{t f^{\rho_0(1-\rho)/\rho}} L_r^{-(\rho-\rho_0)/\rho}. \quad (10)$$

Лемма. Пусть выполнено условие (9), тогда для любого заданного $L \geq 0$ и для любого ранга $r = 1, \dots, h$ существует единственное решение $L_r(L)$ уравнения (10), при этом выполнены неравенства $L_1(L) > \dots > L_h(L)$, и, кроме того, $L_r(L) \rightarrow \infty$ при $L \rightarrow \infty$.

Доказательство леммы приведено в Приложении.

Определенные выше величины $L_r(L)$, $r = 1, \dots, h$ представляют не что иное, как совокупный спрос индустриального слоя r на рабочую силу, однако для того чтобы этот спрос был равновесным, необходимо выполнение условия общего баланса на рынке труда

$$\sum_{r=0}^h L_r(L) = L. \quad (11)$$

Прежде чем перейти к доказательству существования равновесия, заметим, что в нашей модели, как и в реальной истории, индустриальные слои заселяются за счет избыточного населения аграрного сектора, т.е. если возникает спрос на рабочую силу в каком-либо ЦМ произвольного ранга, аграрный сектор всегда может предоставить необходимое количество рабочих рук без ущерба для аграрного производства. Модель также допускает эволюционную интерпретацию, когда система начинает развиваться от полностью аграрного состояния, а новые типы общественных благ, более высокого ранга, постепенно появляются в ходе технологического/общественного прогресса⁹.

При доказательстве основного результата данной работы потребуются использовать все сформулированные выше предположения на параметры модели: $\rho_0 < \rho$, $G_r < G_{r+1}$, — включая условие (9), усиливающее базовое предположение об убывании числа городов M_r с ростом r .

Теорема. Пусть выполнены все сформулированные выше условия, тогда для всех достаточно больших значений общей численности населения L существует единственное равновесное распределение населения по слоям иерархии $(L_0^*, L_1^*, \dots, L_h^*) \gg 0$, порождающее пространственное равновесие, которое удовлетворяет следующим условиям ранжирования:

- 1) убывает общая численность населения в каждом слое $L_1^* > \dots > L_h^*$;
- 2) растет численность населения в каждом городе слоя $l_1^* < \dots < l_h^*$;
- 3) растут ставки заработной платы $w_1^* < \dots < w_h^*$;
- 4) растут цены на продукцию $f_1^* < \dots < f_h^*$.

Доказательство теоремы приведено в Приложении.

Неравенство в ставках заработной платы, положительно коррелирующих с размером города, достаточно хорошо документировано в экономической литературе и имеет теоретическое объяснение (см., например, (Combes et al., 2008; Baum-Snow, Pavan, 2012)).

⁹ В магистерской диссертации магистранта НГУ В. Баслака, написанной под руководством автора данной статьи, показано, что в модели с Log-CES предпочтениями при увеличении высоты иерархии h общественное благосостояние возрастает.

Асимптотика и сравнительная статика. При доказательстве теоремы было показано, что при неограниченном росте общей численности населения L равновесная численность городского населения $L_H^*(L)$ тоже неограниченно растет, однако при этом относительная доля городского населения $L_H^*(L)/L$ стремится к нулю, тем более это справедливо и для относительной доли населения в каждом слое $L_r^*(L)/L$. Отсюда и из формул (4), (5), (8) будет следовать, что если массы городов M_r остаются фиксированными, то равновесные заработные платы w_r^* , цены p_r^* и размеры городов l_r^* будут одновременно неограниченно расти. Иными словами, эффект скученности (crowding effect) будет превалировать над эффектом конкуренции (competition effect). Этот вывод не вызывает удивления, поскольку быстрый рост городских издержек, съедающий рост номинальной заработной платы, является весомым фактором сдерживания миграции из села в город.

Что касается сравнительной статистики по остальным параметрам модели, здесь следует принять во внимание, что явные формулы, определяющие значения параметров равновесия, содержат вхождения неявных функций $L_r^*(L, M_r, G_r, t, \rho, \rho_0)$, зависящих от параметров модели и определяемых как решения уравнений (10). Обстоятельство, существенно облегчающее анализ сравнительной статистики, заключается в сепарабельности этой зависимости, т.е. L_r^* зависят от параметров, которые относятся либо только к данному слою, либо ко всем слоям в равной степени. Например, в случае локального роста значения параметра G_r , не приводящего к нарушению прочих соотношений между параметрами, произойдет переток части сельского населения в слой r , при том что население прочих урбанизированных слоев не изменится. Как следствие в городах слоя r увеличится равновесная численность населения городов l_r^* и равновесное число фирм N_r^* , и благодаря усилению конкуренции в слое r произойдет локальное снижение заработных плат w_r^* и цен p_r^* , не затрагивающее остальные слои. Аналогично, применяя формулу производной неявной функции, задаваемой уравнением

$$F(L_r, M_r) \equiv L_r - \frac{4M_r G_r}{t} - \frac{4(1-\rho)^{\rho_0(1-\rho)/\rho} \rho^{\rho_0} L^{1-\rho_0} M_r L_r^{-(\rho-\rho_0)/\rho}}{t f^{\rho_0(1-\rho)/\rho}} = 0,$$

мы получим

$$\frac{\partial L_r}{\partial M_r} = - \frac{\partial F / \partial M_r}{\partial F / \partial L_r} = \left[\frac{4G_r L_r^{(\rho-\rho_0)/\rho}}{t} + \frac{4(1-\rho)^{\rho_0(1-\rho)/\rho} \rho^{\rho_0} L^{1-\rho_0}}{t f^{\rho_0(1-\rho)/\rho}} \right] /$$

$$/ \left[L_r^{(\rho-\rho_0)/\rho} + \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right) \frac{4(1-\rho)^{\rho_0(1-\rho)/\rho} \rho^{\rho_0} L^{1-\rho_0} M_r L_r^{-1}}{t f^{\rho_0(1-\rho)/\rho}} \right] > 0,$$

что также приводит к снижению заработных плат и цен. Этот вывод представляется вполне закономерным, поскольку увеличение числа городов определенного ранга приводит к росту конкуренции в этом слое при одновременном уменьшении эффекта скученности.

Напротив, при увеличении параметра t , характеризующего тяжесть городских издержек, следует ожидать отток населения из урбанизированных слоев при одновременном росте цен и номинальных зарплат, что необходимо для компенсации возросших затрат. И действительно, неявная производная

$$\frac{\partial L_r}{\partial t} = -L_r / \left[t + \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right) \left(\frac{4(1-\rho)^{\rho_0(1-\rho)/\rho} \rho^{\rho_0} L^{1-\rho_0} M_r}{f^{\rho_0(1-\rho)/\rho}} \right) L_r^{-(2-\rho_0/\rho)} \right] < 0$$

отрицательна, т.е. городское население будет сокращаться. Однако в реальности чаще имеет место противоположный процесс – благодаря развитию городской инфраструктуры издержки перемещения t снижаются, что приводит к усилению миграции в города.

3. Заключение

Рассмотренная в настоящей работе модель формирования иерархии городов может показаться чрезвычайно упрощенной, поскольку в ней опущены или нивелированы многие факторы, которые, безусловно, вносят вклад в формирование иерархических структур как на стороне сил агломерации, так и на стороне дисперсионных сил. К этим факторам можно отнести не только транспортные издержки, но и неоднородность фирм по производительности, вертикальную дифференциацию товаров, например, когда высокоранговые товары воспринимаются как более качественные, и т.д. Это сделано намеренно, отчасти из-за того что роль этих факторов уже достаточно хорошо отражена в экономической литературе. Целью же настоящей работы является демонстрация того, что формирование иерархических городских структур может быть основано на минимальных (базовых) механизмах, наличие которых не вызывает сомнений. В то же время данная модель может расширяться за счет дополнительных надстроек и механизмов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Д о к а з а т е л ь с т в о л е м м ы. В силу (10) значение L_r^* будет решением уравнения

$$F_r(\lambda) \equiv \lambda - \frac{4(1-\rho)^{\rho_0(1-\rho)/\rho} \rho^{\rho_0} L^{1-\rho_0} M_r}{t f^{\rho_0(1-\rho)/\rho}} \lambda^{-(\rho-\rho_0)/\rho} = \frac{4 M_r G_r}{t}.$$

Левая часть этого уравнения $F_r(\lambda)$ является строго возрастающей по λ функцией, принимающей при $\lambda \in (0, +\infty)$ все значения из интервала $(-\infty, +\infty)$, поэтому положительное решение этого уравнения существует и единственно. При увеличении ранга левые части соответствующих уравнений тоже растут $F_{r+1}(\lambda) > F_r(\lambda)$ при любом значении $\lambda > 0$, а в силу условия (10) правые части уравнений убывают с ростом r . Отсюда следует, что соответствующие решения уравнений удовлетворяют неравенству $L_{r+1}^* < L_r^*$.

При фиксированном r и неограниченном росте L коэффициент при $\lambda^{-(\rho-\rho_0)/\rho}$ также монотонно и неограниченно возрастает, т.е.

функция $F_r(\lambda)$ монотонно и неограниченно убывает относительно параметра L , откуда следует утверждение леммы. ■

Доказательство теоремы. Условие (11) эквивалентно равенству $L_0(L) = L - \sum_{s=1}^h L_s(L) = L - L_H(L)$, поэтому для состоятельности определения равновесия требуется, чтобы, как минимум, выполнялось неравенство $L_H(L) < L \Leftrightarrow L_H(L) / L < 1$, обеспечивающее положительность численности населения в аграрном слое. Более того, одним из основных постулатов модели является то, что оставшееся после миграции в города население аграрного слоя L_0 тоже достаточно велико, для того чтобы обеспечить производство однородного продукта Q_0 в необходимых объемах. Поэтому для доказательства существования равновесия для достаточно больших значений L нам достаточно показать, что $L_H(L) / L \rightarrow 0$ при $L \rightarrow \infty$, при том что согласно лемме числитель этой дроби тоже неограниченно возрастает.

Применяя подстановку (10), получим

$$L_H(L) / L = \frac{1}{L} \sum_{r=1}^h L_r(L) = \frac{4}{tL} \sum_{r=1}^h M_r G_r + \frac{4(1-\rho)^{\rho_0(1-\rho)/\rho} \rho^{\rho_0}}{t f^{\rho_0(1-\rho)/\rho} L^{\rho_0}} \sum_{r=1}^h \left(M_r / (L_r^*(L))^{\rho_0} \right)^{\rho_0 / \rho}.$$

В силу леммы правая часть этого равенства является монотонно стремящейся к нулю функцией параметра L , что и требовалось доказать.

Согласно лемме соответствующие равновесные значения L_r^* образуют строго убывающую последовательность, в то время как согласно (4) и (5) ставки заработных плат и цены противоположным образом ранжированы относительно L_r , т.е. строго возрастают при увеличении r . То же самое справедливо и для численности населения L_r^* города ранга r в силу (8), но в этом случае дополнительный вклад вносит увеличение G_r с ростом r . ■

ЛИТЕРАТУРА

- Abdel-Rahman H.M., Anas A.** (2004). Theories of Systems of Cities. In: “*Handbook of Regional and Urban Economics*”. Vol. 4. North Holland: Elsevier. P. 2293–2234.
- Alonso W.** (1964). Location and Land Use. Cambridge: Harvard University Press.
- Arnott R.J., Stiglitz J.E.** (1979). Aggregate Land Rents, Expenditure on Public Goods, and Optimal City Size // *The Quarterly Journal of Economics*. Vol. 93. No. 4. P. 471–500.
- Bairoch P.** (1988). Cities and Economic Development: From the Dawn of History to the Present. Chicago: Univ. of Chicago Press.
- Baum-Snow N., Pavan R.** (2012). Understanding the City Size Wage Gap // *The Review of Economic Studies*. Vol. 79 (1). P. 88–127.
- Behrens K., Duranton G., Robert-Nicoud F.** (2014). Productive Cities: Sorting, Selection, and Agglomeration // *Journal of Political Economy*. Vol. 122(3). P. 507–555.
- Behrens K., Mion G., Murata Y., Südekum J.** (2014). Trade, Wages, and Productivity // *International Economic Review*. Vol. 55 (4). P. 1305–1348.

- Behrens K., Robert-Nicoud F.** (2014). Survival of the Fittest in Cities: Urbanisation and Inequality // *The Economic Journal*. Vol. 124 (581). P. 1371–1400.
- Behrens K., Robert-Nicoud F.** (2015). Agglomeration Theory with Heterogeneous Agents, In: “*Handbook of Regional and Urban Economics*”. Vol. 5. North Holland: Elsevier. P. 171–245.
- Brueckner J.K., Thisse J.-F., Zenou Y.** (1999). Why is Central Paris Rich and Downtown Detroit poor? An Amenity-Based Theory // *European Economic Review*. Vol. 43. P. 91–107.
- Christaller W.** (1933). Die Zentralen Orte in Suddeutschland. Jena: Fischer. [Christaller W. (1966). Central Places in Southern Germany. Baskin C.W. (trans.) London: Prentice Hall.]
- Combes P.-P., Duranton G., Gobillon L.** (2008). Spatial Wage Disparities: Sorting Matters! // *Journal of Urban Economics*. Vol. 63 (2). P. 723–742.
- Combes P.-Ph., Duranton G., Gobillon L., Puga D., Roux S.** (2012). The Productivity Advantages of Large Cities: Distinguishing Agglomeration From Firm Selection // *Econometrica*. Vol. 80 (6). P. 2543–2594.
- Combes P.-Ph., Gobillon L.** (2015). The Empirics of Agglomeration Economies. In: “*Handbook of Regional and Urban Economics*”. Vol. 5. North Holland: Elsevier. P. 247–348.
- Courant P.N., Deardorff A.V.** (1993). Amenities, Nontraded Goods, and the Trade of Lumpy Countries // *Journal of Urban Economics*. Vol. 34 (2). P. 299–317.
- Duranton G., Puga D.** (2004). Micro-Foundations of Urban Agglomeration Economies. In: “*Handbook of Regional and Urban Economics*”. Vol. 4. North Holland: Elsevier. P. 2063–2117.
- Eeckhout J.** (2004). Gibrat’s Law for (All) Cities // *American Economic Review*. Vol. 94. P. 1429–1451.
- Fujita M., Thisse J.-F.** (2014). Economics of Agglomeration: Cities, Industrial Location, and Globalization. Cambridge: Cambridge Univ. Press.
- Gabaix X.** (1999). Zipf’s Law for Cities: An Explanation // *Quarterly Journal of Economics*. Vol. 114. P. 739–767.
- Gabaix X., Ioannides Y.M.A.** (2004). The Evolution of City Size Distributions. In: “*Handbook of Regional and Urban Economics*”. Vol. 4. North Holland: Elsevier. P. 2341–2380.
- Glaeser E.L., Kohlhase J.** (2003). Cities, Regions and the Decline of Transport Costs // *Papers in Regional Science*. Vol. 83 (1). P. 197–228.
- Handbook of Regional and Urban Economics (2004). Vol. 4: “Cities and Geography”. Henderson V., Thisse J.-F. (eds). North Holland: Elsevier.
- Handbook of Regional and Urban Economics (2015). Vol. 5: “Regional and Urban Economics”. Duranton G., Henderson V., Strange W. (eds). North Holland: Elsevier.
- Helpman E., Itshoki O., Redding S.** (2010). Inequality and Unemployment in a Global // *Econometrica*. Vol. 78 (4). P. 1239–1283.
- Henderson J.V.** (1974). The Sizes and Types of Cities // *American Economic Review*. Vol. 64 (4). P. 640–656.
- Krugman P.** (1996). Confronting the Mystery of Urban Hierarchy // *Journal of the Japanese and International Economies*. Vol. 10, Is. 4. P. 399–418.

- Lösch A.** (1940). Die räumliche Ordnung der Wirtschaft. Jena: G. Fischer. [Lösch A. (1954). The Economics of Location. Woglam W.H., Stopler W.F. (trans.). New Haven: Yale Univ. Press.]
- Mirrlees J.A.** (1972). The Optimum Town // *Swedish Journal of Economics*. Vol. 74. P. 114–135.
- Ottaviano G., Thisse J.-F.** (2004). Agglomeration and Economic Geography. In: “*Handbook of Regional and Urban Economics*”. Vol. 4. North Holland: Elsevier. P. 2341–2380.
- Tiebout C.M.** (1956). A Pure Theory of Local Expenditures // *Journal of Political Economy*. Vol. 64. P. 416–424.

Поступила в редакцию 22 мая 2018 г.

REFERENCES (with English translation or transliteration)

- Abdel-Rahman H.M., Anas A.** (2004). Theories of Systems of Cities. In: “*Handbook of Regional and Urban Economics*”. Vol. 4. North Holland: Elsevier, 2293–2234.
- Alonso W.** (1964). Location and Land Use. Cambridge: Harvard University Press.
- Arnott R.J., Stiglitz J.E.** (1979). Aggregate Land Rents, Expenditure on Public Goods, and Optimal City Size. *The Quarterly Journal of Economics*, 93, 4, 471–500.
- Bairoch P.** (1988). Cities and Economic Development: From the Dawn of History to the Present. Chicago: Univ. of Chicago Press.
- Baum-Snow N., Pavan R.** (2012). Understanding the City Size Wage Gap. *The Review of Economic Studies*, 79 (1), 88–127.
- Behrens K., Duranton G., Robert-Nicoud F.** (2014). Productive Cities: Sorting, Selection, and Agglomeration. *Journal of Political Economy*, 122 (3), 507–555.
- Behrens K., Mion G., Murata Y., Südekum J.** (2014). Trade, Wages, and Productivity. *International Economic Review*, 55 (4), 1305–1348.
- Behrens K., Robert-Nicoud F.** (2014). Survival of the Fittest in Cities: Urbanisation and Inequality. *The Economic Journal*, 124 (581), 1371–1400.
- Behrens K., Robert-Nicoud F.** (2015). Agglomeration Theory with Heterogeneous Agents. In: “*Handbook of Regional and Urban Economics*”. Vol. 5. North Holland: Elsevier, 171–245.
- Brueckner J.K., Thisse J.-F., Zenou Y.** (1999). Why is Central Paris Rich and Downtown Detroit Poor? An Amenity-Based Theory. *European Economic Review*, 43, 91–107.
- Christaller W.** (1933). Die Zentralen Orte in Süddeutschland. Jena: Fischer. [Christaller W. (1966). Central Places in Southern Germany. Baskin C.W. (trans.) London: Prentice Hall.]
- Combes P.-P., Duranton G., Gobillon L.** (2008). Spatial Wage Disparities: Sorting Matters! *Journal of Urban Economics*, 63 (2), 723–742.
- Combes P.-Ph., Gobillon L.** (2015). The Empirics of Agglomeration Economies. In: “*Handbook of Regional and Urban Economics*”. Vol. 5. North Holland: Elsevier, 247–348.
- Combes P.-Ph., Duranton G., Gobillon L., Puga D., Roux S.** (2012). The Productivity

- Advantages of Large Cities: Distinguishing Agglomeration From Firm Selection. *Econometrica*, 80 (6), 2543–2594.
- Courant P.N., Deardorff A.V.** (1993). Amenities, Nontraded Goods, and the Trade of Lumpy Countries. *Journal of Urban Economics*, 34 (2), 299–317.
- Duranton G., Puga D.** (2004). Micro-Foundations of Urban Agglomeration Economies. In: “*Handbook of Regional and Urban Economics*”. Vol. 4. North Holland: Elsevier, 2063–2117.
- Eeckhout J.** (2004). Gibrat’s Law for (All) Cities. *American Economic Review*, 94, 1429–1451.
- Fujita M., Thisse J.-F.** (2014). Economics of Agglomeration: Cities, Industrial Location, and Globalization. Cambridge: Cambridge Univ. Press.
- Gabaix X.** (1999). Zipf’s Law for Cities: An Explanation. *Quarterly Journal of Economics*, 114, 739–767.
- Gabaix X., Ioannides Y.M.A.** (2004). The Evolution of City Size Distributions. In: “*Handbook of Regional and Urban Economics*”. Vol. 4. North Holland: Elsevier, 2341–2380.
- Glaeser E.L., Kohlhase J.** (2003). Cities, Regions and the Decline of Transport Costs. *Papers in Regional Science*, 83 (1), 197–228.
- Helpman E., Itshoki O., Redding S.** (2010). Inequality and Unemployment in a Global. *Econometrica*, 78 (4), 1239–1283.
- Henderson J.V.** (1974). The Sizes and Types of Cities. *American Economic Review*, 64 (4), 640–656.
- Handbook of Regional and Urban Economics (2004). Vol. 4: “Cities and Geography”. Henderson V., Thisse J.-F. (eds). North Holland: Elsevier.
- Handbook of Regional and Urban Economics (2015). Vol.5: “Regional and Urban Economics”. Duranton G., Henderson V., Strange W. (eds). North Holland: Elsevier.
- Krugman P.** (1996). Confronting the Mystery of Urban Hierarchy. *Journal of the Japanese and International Economies*, 10, 4, 399–418.
- Lösch A.** (1940). Die räumliche Ordnung der Wirtschaft. Jena: G. Fischer. [Lösch A. (1954). The Economics of Location. Woglom W.H., Stopler W.F. (trans.). New Haven: Yale Univ. Press.]
- Mirrlees J.A.** (1972). The Optimum Town. *Swedish Journal of Economics*, 74, 114–135.
- Ottaviano G., Thisse J.-F.** (2004). Agglomeration and Economic Geography. In: “*Handbook of Regional and Urban Economics*”. Vol. 4. North Holland: Elsevier, 2341–2380.
- Tiebout C.M.** (1956). A Pure Theory of Local Expenditures. *Journal of Political Economy*, 64, 416–424.

Received 22.05.2018

A.V. Sidorov

Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Novosibirsk State University,
Novosibirsk, Russia

Urban Costs and their Role in a Central Places Theory a la Christaller–Lösch

Abstract. One of the most striking feature of the spatial economy is that cities form a hierarchical system exhibiting some regularity in terms of their size and the Public goods they supply. In order to show how such a hierarchical system may emerge, we consider a spatial economy model with monopolistic competitive markets for the multiple industrial sectors. As transport costs of trade assumed to be negligible, the key role in the urban system formation plays urban costs, which are the sum of a housing expenditures (e.g., rent) and commuting costs of worker's transporting from home to the job place. Unlike the product transport costs, these ones are significant for the large cities, impeding to their unbounded growth and playing the role of dispersion forces. Agglomeration effect, in turn, is based on the local non-tradable public goods, which attract the people from settlements of the lower rank. It is shown that this model generates the unique equilibrium outcome, which demonstrate the real urban hierarchic structures' features.

Keywords: *public goods, central places, urban cost, urban hierarchy, monopolistic competition.*

JEL Classification: R12, R13, H41.

DOI: 10.31737/2221-2264-2018-40-4-1