

Ю.Л. Плущевская

Центральный банк Российской Федерации, Москва

## Версия элементарной неомарксистской модели экономических колебаний<sup>1</sup>

**Аннотация.** Мировой финансово-экономический кризис показал слабость основных теорий современной экономической науки и построенных на их основе моделей в объяснении динамики капиталистической экономики. Это в первую очередь модели реального делового цикла и новокейнсианские динамические стохастические модели общего равновесия. В них экономические флуктуации рассматриваются как явление, вызванное случайными шоками. Альтернативу им может составить теория воспроизводства К. Маркса, содержащая анализ цикличности как неотъемлемой характеристики капиталистического способа производства, в основе которой лежат фундаментальные противоречия между трудом и капиталом. Примером формализации ее отдельных положений стала модель классовой борьбы Р. Гудвина, относящаяся к типу моделей «хищник – жертва». С ее помощью на концептуальном уровне исследовалось взаимодействие между динамикой уровня безработицы (показателя состояния рынка труда) и доли оплаты труда в совокупном доходе (характеризующей распределение созданной стоимости между рабочими и капиталистами). Однако ни она, ни ее более поздние модификации не дали реалистичного описания экономических процессов, возможной причиной чему, как указывали исследователи, проводившие верификацию этих моделей, послужила неверная спецификация. На наш взгляд, проблема моделей Р. Гудвина и его последователей заключается в том, что они отражают конфликт между работниками и капиталистами по поводу распределения стоимости, тогда как главное противоречие между трудом и капиталом лежит в области производственных отношений. В статье предложена версия модели, построенная с опорой на Марксову теорию воспроизводства, по типу примыкающую к системам «хищник – жертва». Переменными в ней являются производительный капитал и прибавочная стоимость, траектории изменения которых во времени представляют затухающие колебания. В рамках данного подхода экономическая динамика рассматривается как последовательность затухающих флуктуаций, каждая из которых отличается свойственными ей характеристиками (амплитудой, продолжительностью), в свою очередь, зависящих от параметров внедряемых инноваций и особенностей их распространения в экономике.

**Ключевые слова:** экономическая динамика, Маркс, модели цикла, модель «хищник – жертва».

Классификация JEL: E11, E32.

### Введение

Последний мировой финансово-экономический кризис усилил интерес к теориям циклов деловой конъюнктуры, или среднесрочных экономических колебаний. С точки зрения современных требований к строгости изложения, а также практической применимости центральное место среди них занимают концепции, формализованные до уровня экономико-математических моделей. В рамках современного экономического мейнстрима ведущая роль принадлежит моделям реального делового цикла и их модификациям — новокейнсианским

<sup>1</sup> Автор выражает благодарность анонимным рецензентам, а также редакции Журнала Новой экономической ассоциации за существенные конструктивные замечания и предложения. Ответственность за ошибки и неточности полностью лежит на авторе. Мнение автора может не совпадать с официальной позицией Банка России.

динамическим стохастическим моделям общего равновесия (Dynamic Stochastic General Equilibrium Model, DSGE-моделям)<sup>2</sup>. Однако практика показала их неэффективность в качестве инструмента анализа и прогнозирования экономической динамики (Кэй, 2012).

На наш взгляд, это обусловлено концепцией, лежащей в основе моделирования экономических колебаний как в теории реального делового цикла, так и новокейнсианской теории, в соответствии с которой циклы являются отклонениями от долгосрочного тренда, вызванными внешними случайными возмущениями. В моделях реального делового цикла – это шоки со стороны предложения, в новокейнсианских DSGE-моделях – шоки со стороны спроса. К свойствам экономической среды, порождающим затухающие флуктуации в ответ на шоки, относятся инерционность, различия в скорости процессов, которые описываются разнообразными параметрами жесткости и вязкости. Таким образом, предполагается, что экономические колебания в целом и кризисы в частности имеют случайный характер. Общепринято представление о том, что в целом факторы циклической и долгосрочной экономической динамики различные – в монографии таких авторитетных представителей современной экономической науки, как Р.Дж. Барро и Х. Сала-и-Мартин (Барро, Сала-и-Мартин, 2010), посвященной теориям долгосрочного роста, модели цикла даже не упоминаются.

Из представителей мейнстрима исключение составляют, пожалуй, неошумпетерианцы, которые рассматривают долгосрочный рост как результат циклических волн (Matsuyama, 1999). Тем не менее их построения, опирающиеся на производственную функцию и гипотезы о характере распространения инноваций в экономике, также не содержат анализа движущих сил экономических колебаний в капиталистической экономике и (как результат) обоснования неизбежности кризисов. Интересный подход, примыкающий к неошумпетерианскому, предлагается в работе российских ученых (Акаев, Турдуев, 2010), которые считают, что деловые циклы возникают в результате наложения (суперпозиции) инновационных волн (длинных волн Кондратьева). Однако и в этой системе кризисы не рассматриваются как явление, порождаемое противоречиями капиталистического способа производства.

Напротив, глубокий анализ внутренних причин циклического характера развития капиталистической экономики содержится в теории воспроизводства К. Маркса. За время, прошедшее с момента публикации «*Капитала*», ее развивали как советские / российские марксисты, так и их коллеги на Западе, исследуя эволюцию империализма и сопровождавшие ее изменения в характере циклов (см., например, (Mandel, 1975; Бугалин, Колганов, 2009а, 2009б)). Однако современный марксизм не находит широкого распространения, что в первую очередь определяется идеологическими причинами. Этому

<sup>2</sup> Подробное описание различных типов DSGE-моделей содержится, например, в (Wickens, 2008).

препятствует также и опора на политэкономический научный инструментарий, для которого характерно слабое использование математического аппарата.

Из российских исследователей экономических моделей к теории воспроизводства К. Маркса обращаются В. Маевский и С. Малков (Маевский, Малков, 2014). Предлагаемая ими модель переключающегося режима воспроизводства нацелена на описание кругооборота и воспроизводства капитала, однако она не является моделью флуктуаций, присущих рыночной экономике. Процесс воспроизводства может нарушаться временными эпизодами раскоординированного роста, однако их возникновение имеет случайный характер, являясь следствием различий в динамике экономических подсистем, а не внутренних противоречий капитализма.

В западной экономической науке попытку формализации отдельных положений Марксовой теории предпринял Р. Гудвин, сформулировавший модель классовой борьбы, относящуюся к классу моделей «хищник–жертва» (Goodwin, 1967). Она описывает гармонические колебания безработицы и доли оплаты труда в совокупном доходе, отражающие циклы в динамике распределения стоимости между капиталом и трудом. Однако в рамках принятого подхода классовая борьба предстает как конфликт между работниками и капиталистами по поводу деления национального дохода, что более соответствует духу кривой Филлипса, чем положениям марксизма о глубинном противоречии между трудом и капиталом, возникающем как следствие отчуждения работников от средств производства и результатов труда. Кроме того, предложенная модель структурно неустойчива.

Последователи Р. Гудвина преодолели проблемы устойчивости, устранили некоторые нереалистичные предпосылки, ввели дополнительные переменные. При этом ключевые переменные модификаций модели классовой борьбы и сам подход к моделированию не изменились: противоречие между трудом и капиталом рассматривалось в области распределительных, а не производственных отношений, в фокусе анализа осталась не цикличность как общая характерная черта капиталистического производства, а лишь колебания частных экономических показателей, входящих в систему уравнений. Убедительных верификаций модели классовой борьбы и ее более развитых версий получено не было. Отдельные исследователи предполагали, что причиной тому являлась неверная спецификация модели.

Цель настоящей работы – модифицировать подход Р. Гудвина, предложив версию модели динамики ключевых макроэкономических переменных, опирающуюся на Марксов анализ капиталистических производственных отношений. По типу она примыкает к классу моделей «хищник – жертва». От моделей классовой борьбы ее отличает в первую очередь трактовка факторов и характера экономических колебаний, а также набор переменных.

В разд. 1 представлен обзор подходов Р. Гудвина и его последователей к моделированию циклов, на наш взгляд, недостаточно освещаемых в экономической литературе. В разд. 2 предложена версия простейшей неомарксистской модели экономических колебаний. В заключении намечены дальнейшие направления исследований, нацеленные на разработку модели, пригодной для верификации.

### 1. Модели Р. Гудвина и его последователей

В своей пионерской работе американский марксист Р. Гудвин предложил так называемую модель классовой борьбы для описания колебаний уровня безработицы (показателя состояния рынка труда) и доли оплаты труда в совокупном доходе (характеризующей распределение созданной стоимости между рабочими и капиталистами). Она имеет форму модели Лотки–Вольтерры, или модели «хищник–жертва», заимствованной социальными науками из биологии<sup>3</sup>. На наш взгляд, выбор такой спецификации марксистом неслучаен: модель является инструментом описания взаимодействия между объектами с противоположными интересами или между разнонаправленными процессами, что наилучшим образом отвечает диалектическому духу марксизма.

Ясное изложение механики цикла в модели классовой борьбы содержится в статье Д. Харви (Harvie, 2000, p. 353–354). Если занятость высока (выше некоторого равновесного уровня), работники оказывают давление на работодателей в пользу повышения заработной платы. Доля оплаты труда в общем доходе растет, соответственно, уменьшается доля прибыли, что, в свою очередь, обуславливает снижение инвестиций. А это приводит к сокращению занятости и доли заработной платы в совокупном доходе. Результатом соответствующего повышения доли прибыли является увеличение инвестиций, и вновь — занятости. В модели Гудвина цикл представлен как гармонические колебания безработицы и доли оплаты труда в совокупном доходе.

Иными словами, конфликт между трудом и капиталом Р. Гудвин моделирует в плоскости не производственных, а распределительных отношений — как борьбу между капиталистами и наемными рабочими за свою часть национального дохода. Это не позволяет классифицировать подход Гудвина как вполне марксистский. Более того, колебания структуры дохода он увязывает с изменениями занятости, что скорее соответствует концепции, описываемой кривой Филлипса. Принятый подход порождает не вполне ясную трактовку переменных в терминах модели Лотки–Вольтерры. В роли «хищника» выступает переменная доли оплаты труда, «жертвы» — занятость, при этом обе переменные можно считать показателями со стороны труда. В результате исходное противоречие между трудом и капиталом можно рассматривать как форму проявления противоположности интересов занятых и безработных<sup>4</sup>.

<sup>3</sup> О модели Лотки–Вольтерры и схожих с ней, а также об их применении в различных областях науки см. (Трубецков, 2011).

<sup>4</sup> Такую интерпретацию дает Р. Солоу (Harvie, 2000, p. 353).

Развитие модели классовой борьбы последователями Р. Гудвина не затрагивало способа описания взаимоотношения между трудом и капиталом, причем главные фазовые переменные оставались, как правило, теми же. В первую очередь исследователи отказались от гипотезы о неизменной фондоемкости (отношения капитала к выпуску), которая явно противоречила наблюдаемому повышению эффективности производства. Параллельно изменения спецификации модели Гудвина были нацелены на устранение ее структурной неустойчивости.

В работе (Shah, Desai, 1981) фондоемкость была преобразована из параметра в третью переменную модели. При этом трактовка механизмов цикла не изменилась. Напротив, была усилена исходная аргументация Р. Гудвина: по мысли авторов, при росте реальной заработной платы фирмы начинают применять трудосберегающие технологии (фондоемкость растет), что дает им в руки орудие против повышения доли заработной платы в доходе (Shah, Desai, 1981, p. 1008). Указанный подход был развит в работе (Ploeg, 1987). Помимо добавления уравнения для фондоемкости развитие модели Гудвина заключалось в модификациях уравнений для заработной платы и занятости, основанных на гипотезах об эндогенном характере повышения эффективности производства, о его влиянии на заработную плату, о формировании сбережений работниками и, соответственно, об их участии в прибыли. Имели место также спецификации модели, в которых фондоемкость была заменена на такие переменные, как доля капитала, принадлежащая капиталисту (Sordi, 2001), загрузка мощностей (Sasaki, 2009), интенсивность расходов на НИОКР и потребление капиталистов, скорректированное на производительность (Tavani, Zamparelli, 2014)<sup>5</sup>.

Другим недостатком модели классовой борьбы, на преодоление которого были направлены усилия исследователей, являлось отсутствие формальных ограничений на значения занятости и доли оплаты труда в доходе, тогда когда они должны находиться в интервале от нуля до единицы. Решение этой проблемы было предложено в статье (Desai et al., 2006), в которой уравнения для двух фазовых переменных видоизменены с учетом гипотезы о зависимости темпов роста инвестиций от разрыва между желаемой и фактической долями прибыли.

Синтезом ранее полученных результатов можно считать модель Сорди–Верчелли (Sordi, Vercelli, 2014). В ней была предложена модификация модели Р. Гудвина с уравнением для фондоемкости, в которой спецификации уравнений учитывают как ограничения на значения доли оплаты труда и занятости, так и гипотезы о наличии у работников сбережений и о финансировании инвестиций за счет заимствований.

Модели усложнялись, росло число переменных, но две основные переменные модели Гудвина оставались, как правило, прежними. Исключением стала модель Барбосы-Фильо–Тейлора (Barbosa-Filho, Taylor, 2006), в которой переменная безработицы заменена на показатель, призванный отражать динамику эффективного спроса, —

<sup>5</sup> Работа (Tavani, Zamparelli, 2014) представляет пример попытки совмещения модели Гудвина с доминирующим в мейнстриме подходом — выведением спецификаций уравнений на основе оптимизирующего поведения репрезентативных агентов.

загрузку мощностей. По мысли авторов, именно взаимодействие спроса с динамикой распределения доходов (выраженного через долю оплаты труда) служит источником экономических флуктуаций. Однако результатом такой замены, выполненной в духе производственной функции, является, по сути, полный отказ от рассмотрения отношения между трудом и капиталом, хотя бы и в области распределения. Кроме того, становится непрозрачной трактовка модели: «хищником» выступает доля оплаты труда, «жертвой» — загрузка мощностей.

В целом модификации модели классовой борьбы в основном не выходили за рамки изначальной трактовки противоречия между трудом и капиталом как борьбы за долю в национальном доходе. Исследователи лишь усиливали акцент на эмпирически наблюдаемых зависимостях, таких как возрастание переговорной силы работников по мере увеличения спроса на рабочую силу, либо переводили риторику в область терминологии производственной функции. В фокусе анализа оставалась не цикличность экономической динамики вообще, а противоположность колебаний отдельных показателей, входящих в систему уравнений.

Возможно, благодаря тому что модель классовой борьбы, несмотря на свое название, была не вполне марксистской и тому что последователи Р. Гудвина стремились сблизить ее модификации с теоретическими концепциями мейнстрима, рассмотренные выше модели, обладая несомненной научной новизной, привлекали интерес западного экономического сообщества, в том числе для проверки адекватности отражения наблюдаемой экономической динамики.

Так, Д. Харви (Harvie, 2000) провел масштабное эконометрическое тестирование моделей (Goodwin, 1967; Desai et al., 2006). Расчеты охватывали статистику по десяти странам ОЭСР на периоде нескольких деловых циклов (с 1959 по 1994 г.). А. Махешвари уточнил методику оценки, предложенную Д. Харви, и осуществил аналогичные расчеты для тех же стран ОЭСР за период 1960–2010 гг. (Maheshwari, 2015). Указанные модели были также исследованы на соответствие наблюдениям на примере экономики Бразилии (Moura, Ribeiro, 2013). Н. Барбоса-Фильо и Л. Тейлор (Barbosa-Filho, Taylor, 2006), Д. Тавани и Л. Зампарелли (Tavani, Zamparelli, 2015) изучали динамику переменных своих версий модели с использованием статистики по экономике США на выборках, охватывающих периоды 1948–2002 гг. и 1948–2006 гг. соответственно.

Проведенные исследования подтвердили на качественном уровне цикличность динамики ключевых модельных переменных. Однако убедительной количественной верификации рассмотренных моделей получить не удалось. В отношении модели классовой борьбы в качестве основной причины назывался ее слишком абстрактный, теоретический характер. Оценки же более сложных спецификаций моделей оказались весьма непростой эконометрической задачей

(Harvie, 2000, p. 369). Н. Моура и М. Рибейро указывали на то, что проблемы были в значительной степени обусловлены вынужденным субъективизмом при калибровке большого числа параметров, в том числе не наблюдаемых статистическими методами, что сильно снизило надежность результатов расчетов. Вызывали сомнения и неизменные значения параметров, задаваемых на достаточно длинных выборках (Moura, Ribeiro, 2013, p. 2, 15, 17).

Для повышения степени соответствия статистике некоторые авторы дополняли исходные уравнения системы Р. Гудвина гармоническим возмущением (Dibeh et al., 2007; Avila et al., 2010). Однако такой технический прием, лишенный теоретических обоснований, вряд ли приемлем для верификации модели.

На основе результатов проведенного исследования Д. Харви сделал следующий вывод: чтобы модель классово́й борьбы отражала реальность, необходимо пересмотреть ее спецификации. По его мнению, было бы разумно начать с простых систем, которые в дальнейшем могли бы усложняться (Harvie, 2000, p. 369). Схожее заключение содержится и в статье Н. Моуры и М. Рибейро. Они полагают, что модель Р. Гудвина и ее расширенные версии нуждаются в существенных корректировках, возможно, с опорой на другие теоретические гипотезы (Moura, Ribeiro, 2013, p. 18–19).

## **2. Другая версия неомарксистской модели экономических колебаний**

На наш взгляд, для адекватного описания циклических колебаний необходимо перенести фокус анализа в область производственных, а не распределительных, отношений. Предлагаемая в статье модель отличается от построений Р. Гудвина и его последователей в первую очередь изменением общей трактовки факторов и характера экономических колебаний, что повлекло за собой смену фазовых переменных модели.

По К. Марксу, целью и смыслом капиталистического производства является приращение капитала за счет прибавочной стоимости. Ее создает рабочая сила, отчужденная от средств производства, а присваивает собственник последних – капиталист. Противоречие между стремлением капиталиста расширить производство с целью максимизации прибавочной стоимости, с одной стороны, и минимизировать фонд оплаты труда – с другой, порождает отставание уровня спроса от объемов предложения. Возникающие дисбалансы преодолеваются стихийно, через кризис перепроизводства. «Конечной причиной всех действительных кризисов остается... ограниченность потребления масс, противодействующая стремлению капиталистического производства развивать производительные силы таким образом, как если бы границей их развития была лишь абсолютная потребительная способность общества» (Маркс, 1986, с. 532).

Исчерпание прежних возможностей извлечения прибавочной стоимости побуждает капиталиста искать и внедрять трудосберегающие технологические инновации и разрабатывать новые продукты, что дает толчок росту производства и началу нового цикла. Цикличность, понимаемая как чередование фаз роста выпуска и кризисов, представляет фундаментальное свойство капиталистического способа производства. «Внезапное и скачкообразное расширение масштаба производства является предпосылкой его внезапного сокращения; последнее, в свою очередь, вызывает первое...» (Маркс, 1988, с. 647).

При формулировке простейшей модели капиталистического воспроизводства примем следующие гипотезы. Как и Р. Гудвин, абстрагируемся от запаса средств производства, т.е. будем полагать, что денежный капитал авансируется только для найма работников. Таким образом, производительный капитал состоит только из рабочей силы. Последняя производит средства и предметы производства, которые сразу потребляются в ходе производства потребительских благ, полностью перенося на них свою стоимость. Такая гипотеза означает, что мы пренебрегаем не только запасом средств производства, но и временными разрывами, возникающими между их производством и использованием. Однако учитывая принципиальную возможность сопоставлять стоимость, созданную в различные периоды времени, указанные допущения не искажают экономического смысла процесса производства.

Из нашей гипотезы вытекает, что товарный капитал состоит только из потребительских благ. Предположим, что работники полностью используют заработную плату на потребление, не формируя сбережений. Потребление здесь включает и личное потребление капиталиста; соответственно, в этой части его доход учитывается в составе фонда заработной платы<sup>6</sup>.

В отсутствие сбережений нет и кредитов. В таких условиях создаваемая прибавочная стоимость в полном объеме возвращается в производство в форме производительного капитала, что отвечает смыслу накопления капитала.

Капитал в денежной форме в данной модели лишь опосредует оборот производительного и товарного капитала. На данном этапе мы оставляем в стороне проблематику кредита, денег и инфляции.

Итак, капиталу внутренне присуще свойство самовозрастания, которое является следствием стремления капиталиста получать прибавочную стоимость. Деятельность капиталистов-инноваторов, ищущих новые способы создания добавленной стоимости<sup>7</sup>, служит толчком к выходу из стагнации, которой завершился предыдущий цикл. Растет норма прибавочной стоимости. Механизм конкуренции приводит к распространению новых технологий среди производителей. Расширение производства будет происходить до тех пор, пока допол-

<sup>6</sup> Мы абстрагируемся от количественных и качественных различий в потреблении рабочего и капиталиста.

<sup>7</sup> Здесь мы обращаемся к трудам Й. Шумпетера.



нительная единица вкладываемого в производство капитала будет приносить бóльшую прибавочную стоимость. Однако ограничения со стороны спроса ставят пределы росту предложения. Отражением этой динамики станет стабилизация, а затем и убывание прибавочной стоимости, созданной за некоторый период  $t$ . Это приведет к снижению размера вложений капитала в производство и сокращению объемов выпуска.

Описанную выше зависимость между прибавочной стоимостью и выпуском удобно представить при помощи переменных, измеренных как отклонения от равновесной точки. В качестве такой точки примем ту, в которой прирост прибавочной стоимости равен нулю. Она сигнализирует о вступлении цикла в фазу перепроизводства.

Пусть  $m_t$ ,  $v_t$ ,  $q_t$  – соответственно отклонения прибавочной стоимости, капитала и выпуска от уровня равновесия<sup>8</sup>. Перейдя к производным по времени, рассматриваемую зависимость можно представить в виде

$$\dot{m}_t = -\beta q_t, \quad (1)$$

где  $0 < \beta < 1$  (так как прибавочная стоимость является частью выпуска). Заметим, что объем выпуска  $q_t$  тождественно равен сумме затрат и прибавочной стоимости,  $q_t \equiv m_t + v_t$ . С учетом этого уравнение (1) можно переписать так:

$$\dot{m}_t = -\beta m_t - \beta v_t. \quad (2)$$

В свою очередь, приращение капитала представляет собой прибавочную стоимость:

$$\dot{v}_t = m_t. \quad (3)$$

Это же выражение в рамках кругооборота капитальной стоимости также означает и возврат прибавочной стоимости в процесс производства в виде прироста производительного капитала.

Уравнения (2) и (3) составляют систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Подобная система примыкает по форме к классу моделей Лотки–Вольтерры<sup>9</sup>. В терминологии моделей данного класса, «хищником» выступает переменная добавленной стоимости, отвечающая за капитал, «жертвой» – затраты на рабочую силу. На наш взгляд, такая трактовка более адекватно отражает характер противоречия между трудом и капиталом, чем интерпретация ролей переменных в моделях Р. Гудвина и его последователей, и говорит в пользу нашего выбора фазовых переменных.

Решения системы уравнений представляют собой затухающие колебания. Таким образом, наш подход предполагает моделирование экономической динамики как последовательности самостоятельных затухающих флуктуаций, каждая из которых отличается собственными ей параметрами. Это соответствует стилизованным фактам: в экономических циклах отсутствует строгая регулярность, а флуктуации характеризуют свои амплитуды колебаний и продолжительность.

<sup>8</sup> Обозначения  $v_t$  и  $m_t$  заимствованы у К. Маркса.

<sup>9</sup> Близким аналогом является модель Ланчестера–Осипова, которую Д. Трубецков относит к указанному типу моделей (Трубецков, 2011, с. 81–82).

Моделирование отдельной флуктуации, т.е. поиск частного решения системы дифференциальных уравнений, требует задания начальных условий. Начало нового цикла характеризуется вовлечением в производство дополнительного капитала,  $\dot{v}_0 = A > 0$ , ростом добавленной стоимости,  $\dot{m}_0 = B \geq A$ , и как результат – в целом объемов производства  $\dot{q}_0 = A + B > 0$ . Эти предпосылки определяют также и исходные значения уровней как двух фазовых переменных системы, так и дополнительной переменной выпуска (см. таблицу, серым цветом выделены ячейки с экзогенно задаваемыми начальными условиями).

Таблица  
Начальные условия

Переменные	Производные	Уровни
Фазовые	$\dot{v}_0 = A > 0$	$v_0 = q_0 - m_0 = -B / \beta - A$
	$\dot{m}_0 = B \geq A$	$m_0 = \dot{v}_0 = A$
Дополнительная	$\dot{q}_0 = A + B$	$q_0 = -\dot{m}_0 / \beta = -B / \beta$

Согласно условиям в исходной точке цикла уровень выпуска ниже равновесного, и есть резервная армия труда, при этом деятельность инноваторов обеспечивает положительную величину прибавочной стоимости и ее рост.

Решение системы представляет собой уравнения затухающих колебаний капитала и прибавочной стоимости:

$$m_t = e^{-0,5\beta t} (C_1 \cos \varphi t + C_2 \sin \varphi t), \quad (4)$$

$$v_t = -\frac{1}{\beta} e^{-0,5\beta t} ((0,5\beta C_1 + \varphi C_2) \cos \varphi t + (0,5\beta C_2 - \varphi C_1) \sin \varphi t), \quad (5)$$

где  $\varphi = 0,5\sqrt{\beta(4-\beta)}$ ,  $C_1 = A$ ,  $C_2 = (B + 0,5\beta A) / \varphi$ .

На рисунке представлена динамика капитала, прибавочной стоимости и выпуска (как их суммы) в рамках отдельного цикла при произвольных параметрах  $\beta = 0,8$ ;  $A = 0,5$ ;  $B = 0,7$ . Чем выше скорость снижения нормы прибавочной стоимости  $\beta$ , тем меньше продолжительность цикла и амплитуда колебаний уровня выпуска и капитала. Как представляется, в реальной экономике эта величина зависит от институциональных особенностей (таких как уровень развития конкуренции, состояние патентной защиты, мобильность факторов производства, гибкость управления и др.). Начальные темпы прироста капитала и прибавочной стоимости  $A$  и  $B$  влияют на амплитуду колебаний. А они зависят от параметров инноваций и характеристик производительного капитала (его исходного уровня, мобильности, квалификации рабочей силы и др.).

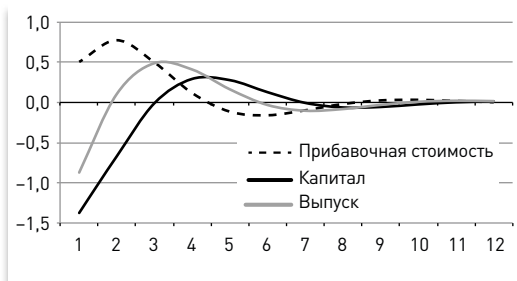
Графики показывают, что флуктуация завершается в точке с нулевыми уровнями отклонения капитала и прибавочной стоимости от равновесия, тогда как началу следующего цикла должно соответствовать положение экономической системы в точке с отрицательным начальным отклонением капитала от равновесия и положительным отклонением прибавочной стоимости.

Переход системы в нужное положение станет результатом деятельности капиталистов-инноваторов – внедрением в производство новых технологий, обусловленным их стремлением получать прибавочную стоимость. Применение новых технологий, с одной стороны, сделает часть рабочей силы избыточной (вследствие направленности инноваций на снижение затрат, а также как результат исходного несоответствия сложившейся квалификации рабочей силы новым требованиям производства), а с другой – приведет к росту прибавочной стоимости. Этот толчок, задающий появление новой флуктуации, не является экзогенным; стремление получать прибавочную стоимость внутренне присуще капиталисту и служит движущей силой экономического развития в капиталистической экономике.

### Заключение

Мы предложили теоретическую модель флуктуаций внутри экономического цикла, основанную на теории воспроизводства К. Маркса. Она отражает колебания капитала, добавленной стоимости и (в итоге) выпуска, обусловленные противоречием между стремлением капитала к самовозрастанию и потенциальной ограниченностью потребления наемных работников.

Модель имеет выраженный абстрактный характер, представляющий пример общего концептуального подхода, и является первым шагом исследования. Чтобы сделать модель верифицируемой, необходимо отказаться от ряда исходных упрощающих гипотез. К ним относится предпосылка об отсутствии запаса основных и оборотных средств. Необходимо также расширить модель за счет сбережений и кредитов. Это позволит сформулировать модельную версию в номинальных величинах для анализа динамики цен. Для сближения теоретических построений со статистикой, отражающей функционирование большинства мировых экономик (включая российскую), необходимо перейти к моделированию малой открытой экономики, испытывающей влияние циклов деловой активности в странах – торговых партнерах и крупнейших мировых экономиках.



Рисунок

*Динамика выпуска, капитала и прибавочной стоимости*

Следует отметить, что в настоящее время макроэкономисты для решения практических прогнозно-аналитических задач пользуются уравнениями затухающих колебаний (Клепач, Куранов, 2013; Куранов, 2012, 2014). Это указывает на потенциально высокую способность предложенного подхода адекватно отражать фактическую экономическую динамику.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Акаев А., Турдуев М.** (2010). Об одном подходе к математическому описанию долговременной динамики экономического развития, основанном на учении о больших циклах Н.Д. Кондратьева. В кн.: А.А. Акаев и др. (отв. ред.) «Прогноз и моделирование кризисов и мировой динамики». М.: Издательство ЛКИ. С. 92–110.
- Барро Р.Дж., Сала-и-Мартин Х.** (2010). Экономический рост. М.: БИНОМ, Лаборатория знаний.
- Бузгалин А., Колганов А.** (2009а). Анатомия кризиса: пределы рынка и капитала. [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://www.forum-msk.org/material/economic/1372902.html>, свободный. Загл. с экрана. Яз. рус. (дата обращения: май 2017 г.).
- Бузгалин А., Колганов А.** (2009б). Мировой экономический кризис и сценарии посткризисного развития: марксистский анализ // *Вопросы экономики*. № 1. С. 119–132.
- Клепач А., Куранов Г.** (2013). О циклических волнах в развитии экономики США и России // *Вопросы экономики*. № 11. С. 4–33.
- Куранов Г.** (2012). Сезонность и цикличность как структурные факторы макроэкономической динамики // *Вопросы статистики*. № 4. С. 14–20.
- Куранов Г.** (2014). Об исследованиях экономической динамики для целей прогнозирования // *Вопросы статистики*. № 6. С. 8–19.
- Кэй Дж.** (2012). Карта – не территория: о состоянии экономической науки // *Вопросы экономики*. № 5. С. 4–13.
- Маркс К.** (1988). Капитал. Критика политической экономии. Т. 1. М.: Издательство политической литературы.
- Маркс К.** (1986). Капитал. Критика политической экономии. Т. 3. М.: Издательство политической литературы.
- Маевский В., Малков С.** (2014). Перспективы макроэкономической теории воспроизводства // *Вопросы экономики*. № 4. С. 137–155.
- Трубецков Д.** (2011). Феномен математической модели Лотки–Вольтерры и сходных с ней // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. Т. 19. № 2. С. 69–88.
- Avila A., Massy I., Garcia-Molina M.** (2010). Quantitative Evidence of Goodwin's Non-linear Growth Cycles. [Электронный ресурс] // *SSRN Electronic Journal*. Режим доступа: [https://www.researchgate.net/publication/228305425\\_Quantitative\\_Evidence\\_of\\_Goodwin's\\_Non-Linear\\_Growth\\_Cycles](https://www.researchgate.net/publication/228305425_Quantitative_Evidence_of_Goodwin's_Non-Linear_Growth_Cycles), свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: июль 2017 г.).

- Barbosa-Filho N.H., Taylor L.** (2006). Distributive and Demand Cycles in the US Economy: A Structuralist Goodwin Model. [Электронный ресурс] // *Metroeconomica*. Vol. 57 (3). P. 389–411. Режим доступа: [https://www.researchgate.net/publication/4994391\\_Distributive\\_and\\_Demand\\_Cycles\\_in\\_the\\_US\\_Economy\\_-\\_A\\_Structuralist\\_Goodwin\\_Model](https://www.researchgate.net/publication/4994391_Distributive_and_Demand_Cycles_in_the_US_Economy_-_A_Structuralist_Goodwin_Model), свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: июль 2017 г.).
- Desai M., Henry B., Mosley A., Pemberton M.** (2006). A Clarification of the Goodwin Model of the Growth Cycle. [Электронный ресурс] *Journal of Economic Dynamics and Control*. Vol. 30 (12). P. 2661–2670. Режим доступа: [https://www.researchgate.net/publication/222831240\\_A\\_clarification\\_of\\_the\\_Goodwin\\_model\\_of\\_the\\_growth\\_cycle](https://www.researchgate.net/publication/222831240_A_clarification_of_the_Goodwin_model_of_the_growth_cycle), свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: июль 2017 г.).
- Dibeh G., Luchinsky D., Luchinskaya D., Smelyanskiy V.** (2007). A Bayesian Estimation of a Stochastic Predator-Prey Model of Economic Fluctuations. [Электронный ресурс] Режим доступа: [https://works.bepress.com/ghassan\\_dibeh/38/](https://works.bepress.com/ghassan_dibeh/38/), свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: июль 2017 г.).
- Goodwin R.M.** (1967). A Growth Model. In: Feinstein C.H. (ed.) “*Socialism, Capitalism and Economic Growth*”. Cambridge: Cambridge University Press. P. 54–58.
- Harvie D.** (2000). Testing Goodwin: Growth Cycles in Ten OECD Countries // *Cambridge Journal of Economics*. Vol. 24. P. 349–376. Режим доступа: [https://www.researchgate.net/publication/5208246\\_Testing\\_Goodwin\\_Growth\\_cycles\\_in\\_the\\_OECD\\_countries](https://www.researchgate.net/publication/5208246_Testing_Goodwin_Growth_cycles_in_the_OECD_countries), свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: июль 2017 г.).
- Maheshwari A.** (2015). An Empirical Study of Goodwin Growth Model. [Электронный ресурс] Thesis for the degree of Master of Science. Режим доступа: [https://macsphere.mcmaster.ca/bitstream/11375/18371/2/Thesis\\_AdityaMaheshwari\\_McMaster.pdf](https://macsphere.mcmaster.ca/bitstream/11375/18371/2/Thesis_AdityaMaheshwari_McMaster.pdf), свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: июль 2017 г.).
- Mandel E.** (1975). The Industrial Cycle in Late Capitalism. [Электронный ресурс] *New Left Review* I/90, March-April. Режим доступа: <https://newleftreview.org/I/90/ernest-mandel-the-industrial-cycle-in-late-capitalism>, свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: июль 2017 г.).
- Matsuyama K.** (1999). Growing Through Cycles // *Econometrica*. Vol. 67. No. 2. P. 335–347.
- Moura N.J.Jr., Ribeiro M.B.** (2013). Testing the Goodwin Growth-Cycle Macroeconomic Dynamics in Brasil. [Электронный ресурс] // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. No. 392 (9). Режим доступа: [https://www.researchgate.net/publication/234060122\\_Testing\\_the\\_Goodwin\\_growth-cycle\\_macro-economic\\_dynamics\\_in\\_Brazil](https://www.researchgate.net/publication/234060122_Testing_the_Goodwin_growth-cycle_macro-economic_dynamics_in_Brazil)
- Ploeg F. van der** (1987). Growth Cycles, Induced Technical Change, and Perpetual Conflict over the Distribution of Income // *Journal of Macroeconomics*. Vol. 9. Issue 1. P. 1–12.
- Sasaki H.** (2009). Cyclical Growth in a Goodwin-Kalecki-Marx Model. [Электронный ресурс] *TERG Discussion paper*. No. 246. Режим доступа: <http://ir.library>.

- tohoku.ac.jp/re/bitstream/10097/55396/1/terg246.pdf, свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: июль 2017 г.).
- Shah A., Desai M.** (1981). Growth Cycles with Induced Technical Change. [Электронный ресурс] // *The Economic Journal*. Vol. 91. No. 364. P. 1006–1010. Режим доступа: <http://www.jstor.org/stable/pdf/2232506.pdf>, свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: июль 2017 г.).
- Sordi S.** (2001). Growth Cycles When Workers Save. A Reformulation of Goodwin's Model Along Kaldorian–Pasinettian Lines. [Электронный ресурс] *CEJOR*. No. 9. P. 97–117. Режим доступа: <http://www.econ-pol.unisi.it/sordi/docs/2001%20Sordi%20CEJOR.pdf>, свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: июль 2017 г.).
- Sordi S., Vercelli A.** (2014). Unemployment, Income distribution and Debt-Financed Investment in a growth Cycle Model. [Электронный ресурс] // *Journal of Economic Dynamics and Control*. No. 48 (11). P. 325–348. Режим доступа: [https://www.researchgate.net/publication/265802491\\_Unemployment\\_income\\_distribution\\_and\\_debt-financed\\_investment\\_in\\_a\\_growth\\_cycle\\_model](https://www.researchgate.net/publication/265802491_Unemployment_income_distribution_and_debt-financed_investment_in_a_growth_cycle_model), свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: июль 2017 г.).
- Tavani D., Zamparelli L.** (2015). Endogenous Technical Change, Employment and Distribution in the Goodwin Model of the Growth Cycle. [Электронный ресурс] // *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*. No. 19 (2). P. 209–226. Режим доступа: [https://www.researchgate.net/publication/275691615\\_Endogenous\\_technical\\_change\\_employment\\_and\\_distribution\\_in\\_the\\_Goodwin\\_model\\_of\\_the\\_growth\\_cycle](https://www.researchgate.net/publication/275691615_Endogenous_technical_change_employment_and_distribution_in_the_Goodwin_model_of_the_growth_cycle), свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: июль 2017 г.).
- Wickens M.** (2008). *Macroeconomic Theory. A Dynamic General Equilibrium Approach*. Princeton: Princeton University Press.

Поступила в редакцию 27 сентября 2016 года

#### REFERENCES (with English translation or transliteration)

- Akayev A., Turduev M.** (2010). On an Approach towards Mathematical Description of Long-Run Economic Dynamics Based on Kondratieff Long Wave Theory. In: A.A. Akayev et al. (eds.) *Forecast and Modelling of Crises and World Dynamics*. Moscow: Izdate'stvo LKI, 92–110 (in Russian).
- Avila A., Massy I., Garcia-Molina M.** (2010). Quantitative Evidence of Goodwin's Non-linear Growth Cycles. *SSRN Electronic Journal*. Available at: [https://www.researchgate.net/publication/228305425\\_Quantitative\\_Evidence\\_of\\_Goodwin's\\_Non-Linear\\_Growth\\_Cycles](https://www.researchgate.net/publication/228305425_Quantitative_Evidence_of_Goodwin's_Non-Linear_Growth_Cycles) (accessed: July 2017).
- Barbosa-Filho N.H., Taylor L.** (2006). Distributive and Demand Cycles in the US Economy: A Structuralist Goodwin Model. *Metroeconomica*, 57 (3), 389–411. Available at: [https://www.researchgate.net/publication/4994391\\_Distributive\\_and\\_Demand\\_Cycles\\_in\\_the\\_US\\_Economy\\_-\\_A\\_Structuralist\\_Goodwin\\_Model](https://www.researchgate.net/publication/4994391_Distributive_and_Demand_Cycles_in_the_US_Economy_-_A_Structuralist_Goodwin_Model) (accessed: July 2017).

- Barro R.J., Sala-i-Martin X.** (2010). *Economic Growth*. Moscow: BINOM, Laboratoriya znaniy (in Russian).
- Buzgalin A., Kolganov A.** (2009a). *Anatomy of Crisis: Limits to Market and Capital*. Available at: <http://www.forum-msk.org/material/economic/1372902.html> (accessed: July 2017, in Russian).
- Buzgalin A., Kolganov A.** (2009b). The World Economic Crisis and Scenarios of the Post-Crisis Development: Marxist Analysis. *Voprosy Ekonomiki*, 1, 119–132 (in Russian).
- Desai M., Henry B., Mosley A., Pemberton M.** (2006). A Clarification of the Goodwin Model of the Growth Cycle. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 30 (12), 2661–2670. Available at: [https://www.researchgate.net/publication/222831240\\_A\\_clarification\\_of\\_the\\_Goodwin\\_model\\_of\\_the\\_growth\\_cycle](https://www.researchgate.net/publication/222831240_A_clarification_of_the_Goodwin_model_of_the_growth_cycle) (accessed: July 2017).
- Dibeh G., Luchinsky D., Luchinskaya D., Smelyanskiy V.** (2007). A Bayesian Estimation of a Stochastic Predator-Prey Model of Economic Fluctuations. Available at: [https://works.bepress.com/ghassan\\_dibeh/38/](https://works.bepress.com/ghassan_dibeh/38/) (accessed: July 2017).
- Goodwin R.M.** (1967). A Growth Model. In: Feinstein C.H. (ed) “*Socialism, Capitalism and Economic Growth*”. Cambridge: Cambridge University Press, 54–58.
- Harvie D.** (2000). Testing Goodwin: Growth Cycles in Ten OECD Countries. *Cambridge Journal of Economics*, 24, 349–376. Available at: [https://www.researchgate.net/publication/5208246\\_Testing\\_Goodwin\\_Growth\\_cycles\\_in\\_the\\_OECD\\_ccountries](https://www.researchgate.net/publication/5208246_Testing_Goodwin_Growth_cycles_in_the_OECD_ccountries) (accessed: July 2017).
- Kay J.** (2012). The Map is Not the Territory: An Essay on the State of Economics. *Voprosy Ekonomiki*, 5, 4–13 (in Russian).
- Klepach A., Kuranov G.** (2013). Cyclical Waves in the Economic Development of the U.S. and Russia. *Voprosy Ekonomiki*, 11, 4–33 (in Russian).
- Kuranov G.** (2012). Seasonality and Cyclicity as Structural Factors of Macroeconomic Dynamics. *Voprosy Statistiki*, 4, 14–20 (in Russian).
- Kuranov G.** (2014). On Research of Economic Dynamics for Forecasting Purposes. *Voprosy Statistiki*, 6, 8–19 (in Russian).
- Maheshwari A.** (2015). An Empirical Study of Goodwin Growth Model. Thesis for the degree of Master of Science. Available at: [https://macsphere.mcmaster.ca/bitstream/11375/18371/2/Thesis\\_AdityaMaheshwari\\_McMaster.pdf](https://macsphere.mcmaster.ca/bitstream/11375/18371/2/Thesis_AdityaMaheshwari_McMaster.pdf) (accessed: July 2017).
- Mandel E.** (1975). The Industrial Cycle in Late Capitalism. *New Left Review* I/90, March-April. Available at: <https://newleftreview.org/I/90/ernest-mandel-the-industrial-cycle-in-late-capitalism> (accessed: July 2017).
- Marx K.** (1986). *Capital. A Critique of Political Economy*. Vol. 3. Moscow: Izdatel'stvo politicheskoy literatury (in Russian).
- Marx K.** (1988). *Capital. A Critique of Political Economy*. Vol. 1. Moscow: Izdatel'stvo politicheskoy literatury (in Russian).
- Matsuyama K.** (1999). Growing Through Cycles. *Econometrica*, 67, 2, 335–347.
- Mayevsky V., Malkov S.** (2014). Perspectives of the Macroeconomic Reproduction Theory. *Voprosy Ekonomiki*, 4, 137–155.
- Moura N.J.Jr., Ribeiro M.B.** (2013). Testing the Goodwin Growth-Cycle Mac-

- roeconomic Dynamics in Brasil. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. No. 392 (9). Available at: [https://www.researchgate.net/publication/234060122\\_Testing\\_the\\_Goodwin\\_growth-cycle\\_macro-economic\\_dynamics\\_in\\_Brazil](https://www.researchgate.net/publication/234060122_Testing_the_Goodwin_growth-cycle_macro-economic_dynamics_in_Brazil) (accessed: July 2017).
- Ploeg F. van der** (1987). Growth Cycles, Induced Technical Change, and Perpetual Conflict over the Distribution of Income. *Journal of Macroeconomics*, 9, 1, 1–12.
- Sasaki H.** (2009). Cyclical Growth in a Goodwin-Kalecki-Marx Model. TERG Discussion paper. No. 246. Available at: <http://ir.library.tohoku.ac.jp/re/bitstream/10097/55396/1/terg246.pdf> (accessed: July 2017).
- Shah A., Desai M.** (1981). Growth Cycles with Induced Technical Change. *The Economic Journal*, 91, 364, 1006–1010. Available at: <http://www.jstor.org/stable/pdf/2232506.pdf> (accessed: July 2017).
- Sordi S.** (2001). Growth Cycles When Workers Save. A Reformulation of Goodwin's Model Along Kaldorian–Pasinettian Lines. *CEJOR*, 9, 97–117. Available at: <http://www.econ-pol.unisi.it/sordi/docs/2001%20Sordi%20CEJOR.pdf> (accessed: July 2017).
- Sordi S., Vercelli A.** (2014). Unemployment, Income Distribution and Debt-Financed Investment in a Growth Cycle Model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 48 (11), 325–348. Available at: [https://www.researchgate.net/publication/265802491\\_Unemployment\\_income\\_distribution\\_and\\_debt-financed\\_investment\\_in\\_a\\_growth\\_cycle\\_model](https://www.researchgate.net/publication/265802491_Unemployment_income_distribution_and_debt-financed_investment_in_a_growth_cycle_model) (accessed: July 2017).
- Tavani D., Zamparelli L.** (2015). Endogenous Technical Change, Employment and Distribution in the Goodwin Model of the Growth Cycle. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 19 (2), 209–226. Available at: [https://www.researchgate.net/publication/275691615\\_Endogenous\\_technical\\_change\\_employment\\_and\\_distribution\\_in\\_the\\_Goodwin\\_model\\_of\\_the\\_growth\\_cycle](https://www.researchgate.net/publication/275691615_Endogenous_technical_change_employment_and_distribution_in_the_Goodwin_model_of_the_growth_cycle) (in Russian).
- Trubetskov D.** (2011). Phenomenon of Lotka-Volterra Mathematical Model and Similar Models. *Izvestiya vuzov. Prikladnaya nelineynaya dinamika*, 19, 2, 69–88.
- Wickens M.** (2008). *Macroeconomic Theory. A Dynamic General Equilibrium Approach*. Princeton: Princeton University Press.

Received 27.09.2016

Y.L. Plushchevskaya

The Central Bank of the Russian Federation, Moscow, Russia

## A Basic Neomarxist Model of Economic Fluctuations

**Abstract.** The world economic and financial crisis has revealed the weakness of modern economics mainstream theories and the related models in explaining the capitalist economy dynamics. These are first of all real business cycles and New Keynesian dynamic stochastic general equilibrium models. They treat economic fluctuations as a result of unexpected shocks. The Marx's reproduction theory can become an alternative as it analyses cyclicity as an immanent feature of the capitalist mode of production arising from fundamental contradictions between labour



and capital. Some of its concepts have been formalized in the predator-prey “Class-Struggle Model” by R. Goodwin. The model was a theoretical tool to investigate interactions between changes in employment rate (a labour market indicator) and share of labour in national income (representing a distribution of the value produced between workers and capitalists). Nevertheless, nor it neither subsequent modifications were empirically valid. Researchers who tried to verify the models by bringing them to data have pointed to a misspecification as a possible reason. To our mind, the point is that the models by R. Goodwin and his disciples reflect a distributive conflict between labour and capital which is subordinate to the main contradiction regarding production relations. The article states a prey-predator type model version based on the reproduction theory by K. Marx. The variables are productive capital and surplus value which change in time along damped oscillations trajectories. Within the present framework the economic dynamics is seen as a subsequence of damped fluctuations each of which is characterised by own specific parameters (amplitude, duration), which in turn depend on fostered innovations and their diffusion in the economy.

**Keywords:** *economic dynamics, theory of reproduction, Marx models of cycle, predator-prey model.*

JEL Classification: E11, E32.