Оглавление

Введение

В условиях рыночного взаимодействия выбор продавцом оптимальной стратегии зависит от располагаемой им информации о структуре спроса, о затратах и количестве конкурентов. Классические микроэкономические модели конкуренции зачастую основаны на предположении о наличии полной информации, что делает их весьма нереалистичными. В экономической реальности проблематика, связанная с ограниченным доступом к данным о рыночной структуре, является крайне актуальной. В связи с этим возникает необходимость во введении ряда допущений моделирования, позволяющих несколько более реалистично описать рыночное взаимодействие.

Наряду с анализом проблематики конкуренции широкое внимание уделяется проблематике ценовой дискриминации при моделировании ситуаций в условиях как полной, так и неполной информации (см., например, Bade, 2006; Benjamin, 2013; Hazledine, 2006, 2010; Reisinger, 2014). При простейшем моделировании конкуренции в условиях полной информации при отсутствии ценовой дискриминации традиционно используется модель количественного выбора Курно, которая позволяет выявить равновесие на рынке и получить экономически осмысленные результаты. Подход Курно используется и для описания конкуренции между продавцами при неполной информации. Действительно, значительное количество исследователей подтверждает ценность данного подхода (Boccard and Wauthy, 2000; Breitmoser, 2012; Felder and Scott, 2010; Ferreira, 2014; Griva and Vettas, 2015; Moreno and Ubeda, 2006; Schmalensee, 2015; Tremblay and Tremblay, 2011). Кроме того, результаты эмпирических исследований, основанных на проблематике ценовой дискриминации, согласуются с теоретическими выкладками настоящей модели (Andersson and Hansen, 2009; Bonnet et al., 2006, 2013; Bonnet and Dubois, 2015).

Вместе с тем ведется дискуссия об использовании модели ценового выбора Бертрана, приводящей к нереалистичным выводам, но не отличающейся в смысле сложности постановки от модели Курно. Многие авторы в своих исследованиях анализируют рыночное взаимодействие при помощи модели Бертрана (Филатов, 2008; Griva and Vettas, 2015; Schlereth et al., 2010), которая кажется более естественной в условиях ценовой конкуренции, чем модель Курно. Однако равновесные значения цен и прибылей в модели Курно с полной информацией характеризуют равновесие в модели Бертрана в динамике (Kreps and Scheinkman, 1983) либо с неполной информацией (Бутуханов и Жилин, 2013). В связи с этим открывается возможность для моделирования с использованием подхода Курно (Amir and Jin, 2001; Chiarella and Szidarovszky, 2005; Ghosh and Mitra, 2010; Richter et al., 2013).

Анализу конкуренции между продавцами при неполноте информации посвящен ряд исследований. Можно отметить моделирование в условиях: неполной информации о спросе и полной информации о затратах конкурентов (Anderson et al., 2001; Bischi et al., 2008; Guo et al., 2010); неполной информации о затратах конкурентов и полной информации относительно спроса (Goltsman and Pavlov, 2014; Navidi and Bidgoli, 2011); неполноты информации относительно спроса и относительно затрат конкурентов (Fanti, 2014; Genc, 2007; Kebriaei et al., 2014; Sakai, 1986). Однако, при всём многообразии подходов к анализу конкуренции при неполноте информации, сравнительно небольшое внимание уделяется возможности использования двухставочных тарифов наряду с линейным ценообразованием. Двухставочные тарифы выделяются среди нелинейных способов ценообразования своей наглядностью и относительной простотой; они определяются через переменную ставку v, зависящую от объема закупок покупателя, и постоянную ставку f.

Ранее автором настоящей работы были рассмотрены задачи анализа конкурентного взаимодействия продавцов, использующих как линейный, так и двухставочный тарифы, в условиях полной информации (Терников, 2015). Оказалось, что хорошо поддается интерпретации симметричная схема задачи (продавцы с одинаковыми функциями затрат). Если полагать, что соответствие между оптимальным объемом продаж и оптимальными значениями ставок двухставочного тарифа является взаимным, то можно провести рассуждение в духе модели Курно, которое в случае с n одинаковыми продавцами ведет к следующему равновесию, при условии, что последнее существует:

$$\begin{cases} \mathrm{f}_i^* = \frac{1}{2}\left(\frac{a-c}{n}\right)^2 \\ v_i^* = c \end{cases}, \quad i \in \{1; n\}.^1$$

Данное наблюдение ведет к дальнейшим рассуждениям относительно вы-

[1] $D(p) = \max\{0; a-p\}$, $C_i(q_i) = c \cdot q_i$.

годности либо невыгодности использования двухставочных тарифов при различном количестве продавцов.

Сравнение прибылей при использовании двухставочного тарифа $\pi_i^{**} = \frac{1}{2}\left(\frac{a-c}{n}\right)^2$ с прибылями в равновесии классической задачи Курно с линейным ценообразованием $\pi_i^* = \left(\frac{a-c}{n+1}\right)^2$ наводит на мысли, что при сильной конкуренции между продавцами (большое количество продавцов) можно ожидать выгодности использования линейных тарифов по сравнению с двухставочными. Для данной ситуации перехода с использования одного типа ценообразования к использованию другого можно найти соответствие в экономической действительности. Например, компания **Uber**, предлагающая услуги такси, в условиях рыночного взаимодействия при усилении конкуренции (увеличение числа конкурентов) со временем переходит от использования двухставочных тарифов к линейной тарификации.[2]

Однако при анализе моделей с неполной информацией только относительно затрат конкурентов (см. Терников, 2016) наблюдается любопытное несоответствие между вышеупомянутыми рассуждениями о влиянии конкуренции продавцов на переход с использования нелинейного ценообразования к линейной тарификации и результатами моделирования: продавцам всегда выгоднее использовать двухставочный тариф.

Тематика моделирования конкуренции с использованием двухставочных тарифов при различных условиях составляет содержание нижеследующей работы.

[2] По данным официального сайта перевозчика **Uber** (www.uber.com).

Глава 1. Модели с неполной информацией относительно затрат конкурентов

1.1. Модели линейного типа

1.1.1. Модель с распределением Бернулли относительно представлений о затратах конкурентов

Пусть на рынке двух конкурирующих между собой продавцов с линейными функциями затрат (1.1) задан и общеизвестен спрос индивидуального покупателя $D(p) = a - p$, где $a > C_{H_i} > C_{L_i} > 0$, $i \in \{1; 2\}$. Представления о затратах конкурентов имеют распределение Бернулли: с вероятностями φ и $(1-\varphi)$ для первого продавца; θ и $(1-\theta)$ — для второго.

$$\begin{cases} C_1(q_1) = C_{L_1} q_1, & 1-\varphi; \\ C_1(q_1) = C_{H_1} q_1, & \varphi; \\ C_2(q_2) = C_{L_2} q_2, & 1-\theta; \\ C_2(q_2) = C_{H_2} q_2, & \theta. \end{cases} \tag{1.1}$$

Решение для задачи при неполной информации получается путём нахождения наилучших откликов на стратегии конкурентов, действующих на рынке. Выпишем условия на наилучший отклик для обоих продавцов в предположении, что слабый по затратам продавец использует нелинейное ценообразование, а сильный — линейное.

I случай: $C_{L_1} < C_{L_2} < C_{H_1} < C_{H_2}$:

$$\begin{cases} q_1(C_{L_1}) = \dfrac{a - q_2 - C_{L_1}}{2}, & 1-\varphi; \\ q_1(C_{H_1}) = \theta\, \dfrac{a - q_2 - C_{H_1}}{2} + (1-\theta)(a - q_2 - C_{H_1}), & \varphi; \\ q_2(C_{L_2}) = \varphi\, \dfrac{a - q_1 - C_{L_2}}{2} + (1-\varphi)(a - q_1 - C_{L_2}), & 1-\theta; \\ q_2(C_{H_2}) = a - q_1 - C_{H_2}, & \theta. \end{cases} \tag{1.2}$$

II случай: $C_{L_1} < C_{L_2} < C_{H_2} < C_{H_1}$:

$$\begin{cases} q_1(C_{L_1}) = \dfrac{a - q_2 - C_{L_1}}{2}, & 1-\varphi; \\ q_1(C_{H_1}) = a - q_2 - C_{H_1}, & \varphi; \\ q_2(C_{L_2}) = \varphi\,\dfrac{a - q_1 - C_{L_2}}{2} + (1-\varphi)(a - q_1 - C_{L_2})\,, & 1-\theta; \\ q_2(C_{H_2}) = \varphi\,\dfrac{a - q_1 - C_{H_2}}{2} + (1-\varphi)(a - q_1 - C_{H_2})\,, & \theta. \end{cases} \tag{1.3}$$

Получаем решение системы уравнений (1.2):

$$\begin{cases} q_1^*(C_{L_1}) = \dfrac{\frac{1}{2}\varphi\,(1-\theta)}{1+\frac{1}{2}\varphi\,(1-\theta)}\,a + \dfrac{\left(1-\frac{1}{2}\varphi\right)(1-\theta)}{1+\frac{1}{2}\varphi\,(1-\theta)}\,C_{L_2} + \\ \qquad + \dfrac{\theta}{1+\frac{1}{2}\varphi\,(1-\theta)}\,C_{H_2} - \dfrac{1}{1+\frac{1}{2}\varphi\,(1-\theta)} C_{L_1}; \\ q_1^*(C_{H_1}) = \dfrac{\frac{1}{2}\varphi\,(1-\theta)\left(1-\frac{1}{2}\theta\right)}{\frac{1}{2}\theta - \frac{1}{2}\varphi\,(1-\theta)\left(1-\frac{1}{2}\theta\right)}\,a + \dfrac{\left(1-\frac{1}{2}\varphi\right)(1-\theta)\left(1-\frac{1}{2}\theta\right)}{\frac{1}{2}\theta - \frac{1}{2}\varphi\,(1-\theta)\left(1-\frac{1}{2}\theta\right)}\,C_{L_2} + \\ \qquad + \dfrac{\theta\left(1-\frac{1}{2}\theta\right)}{\frac{1}{2}\theta - \frac{1}{2}\varphi\,(1-\theta)\left(1-\frac{1}{2}\theta\right)}\,C_{H_2} - \dfrac{\left(1-\frac{1}{2}\theta\right)}{\frac{1}{2}\theta - \frac{1}{2}\varphi\,(1-\theta)\left(1-\frac{1}{2}\theta\right)} C_{H_1}; \\ q_2^*(C_{L_2}) = \dfrac{(2-\varphi)}{\left(2-(1+\varphi\,(1-\theta))\left(1-\frac{1}{2}\varphi\right)\right)}\,a + \\ \qquad + \dfrac{(1-\varphi)(2-\varphi)}{\left(2-(1+\varphi\,(1-\theta))\left(1-\frac{1}{2}\varphi\right)\right)}\,C_{L_1} + \\ \qquad + \dfrac{\varphi\,(2-\theta)(2-\varphi)}{\left(2-(1+\varphi\,(1-\theta))\left(1-\frac{1}{2}\varphi\right)\right)}\,C_{H_1} - \\ \qquad - \dfrac{\varphi\,(2-\theta)\,(2-\varphi)}{\left(2-(1+\varphi\,(1-\theta))\left(1-\frac{1}{2}\varphi\right)\right)}\,C_{L_2}; \\ q_2^*(C_{H_2}) = a + \dfrac{1-\varphi}{1-\varphi\,(1-\theta)}\,C_{L_1} + \dfrac{\varphi\,(2-\theta)}{1-\varphi\,(1-\theta)}\,C_{H_1} - \dfrac{2}{1-\varphi\,(1-\theta)}\,C_{H_2}. \end{cases}$$

И решение системы уравнений (1.3):

$$
\begin{cases}
q_1^*(C_{L_1}) = \dfrac{\frac{1}{2}\varphi}{1+\frac{1}{2}\varphi}\,a + \dfrac{1-\frac{1}{2}\varphi}{1+\frac{1}{2}\varphi}\Big((1-\theta)C_{L_2} + \theta\, C_{H_2}\Big) - \dfrac{1}{1+\frac{1}{2}\varphi}\,C_{L_1};\\[2ex]
q_1^*(C_{H_1}) = a + \dfrac{1-\frac{1}{2}\varphi}{\frac{1}{2}\varphi}\Big((1-\theta)C_{L_2} + \theta\, C_{H_2}\Big) - \dfrac{1}{\frac{1}{2}\varphi}\,C_{H_1};\\[2ex]
q_2^*(C_{L_2}) = \dfrac{\frac{1}{2}(1-\varphi)\big(1-\frac{1}{2}\varphi\big)}{1-\frac{1}{2}(1+\varphi)\big(1-\frac{1}{2}\varphi\big)}\,a + \dfrac{(1-\varphi)\big(1-\frac{1}{2}\varphi\big)}{2\Big(1-\frac{1}{2}(1+\varphi)\big(1-\frac{1}{2}\varphi\big)\Big)}\,C_{L_1} +\\[2ex]
\qquad + \dfrac{\varphi\big(1-\frac{1}{2}\varphi\big)}{1-\frac{1}{2}(1+\varphi)\big(1-\frac{1}{2}\varphi\big)}\,C_{H_1} - \dfrac{1-\frac{1}{2}\varphi}{1-\frac{1}{2}(1+\varphi)\big(1-\frac{1}{2}\varphi\big)}\,C_{L_2};\\[2ex]
q_2^*(C_{H_2}) = \dfrac{\frac{1}{2}(1-\varphi)\big(1-\frac{1}{2}\varphi\big)}{1-\frac{1}{2}(1+\varphi)\big(1-\frac{1}{2}\varphi\big)}\,a + \dfrac{(1-\varphi)\big(1-\frac{1}{2}\varphi\big)}{2\Big(1-\frac{1}{2}(1+\varphi)\big(1-\frac{1}{2}\varphi\big)\Big)}\,C_{L_1} +\\[2ex]
\qquad + \dfrac{\varphi\big(1-\frac{1}{2}\varphi\big)}{1-\frac{1}{2}(1+\varphi)\big(1-\frac{1}{2}\varphi\big)}\,C_{H_1} - \dfrac{1-\frac{1}{2}\varphi}{1-\frac{1}{2}(1+\varphi)\big(1-\frac{1}{2}\varphi\big)}\,C_{H_2}.
\end{cases}
$$

Выписав решения для систем уравнений из условия максимизации прибыли, получаем, что выпуски и ожидаемые прибыли продавцов соответственно зависят как от собственных, так и от чужих средних предельных затрат. Однако полученные решения не поддаются наглядной интерпретации, а введение дополнительных условий для распределения на n точках может привести только к ещё большему усложнению.

Модели дискретного типа в данном случае натуральны (выбор среди конечного числа альтернатив), но описываемые ими решения далеко не всегда поддаются очевидной интерпретации. Одним из достоинств использования непрерывных схем является зачастую проявляющаяся наглядность интерпретации и (не всегда встречающаяся) меньшая техническая сложность решения. В связи с этим перейдём к рассмотрению задач с непрерывным распределением вероятностей.

1.1.2. Модель с равномерным распределением представлений о затратах

Пусть на рынке с двумя конкурирующими между собой продавцами с линейными функциями затрат $C_1(q_1) = c_1 q_1$ и $C_2(q_2) = c_2 q_2$, где $a > c_1 > 0$ и $a > c_2 > 0$, задан и общеизвестен спрос индивидуального покупателя $D(p) = \max\{0; a - p\}$. Представления о затратах конкурентов имеют равномерное распределение $c_i \sim U([\underline{c}; a])$, где $\underline{c}$ — нижний возможный порог удельных (средних предельных) затрат для продавцов на рынке, например, определяемый существующими технологиями.

Пусть $\beta(c)$ — излишек, который фирма с удельными затратами c, ведущая себя равновесным образом, оставляет покупателю:

$$\begin{gathered} \beta(a) = 0\,; \\ b = \beta(c) \Leftrightarrow c = \gamma(b)\,; \\ \gamma'(b) = \frac{1}{\beta'(c)}\,. \end{gathered} \tag{1.4}$$

Теперь уравнение ожидаемой прибыли для первого продавца:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left[\frac{1}{2}(a-c)^2 - b\right] \cdot P\{b > \beta(c_2)\} = \left[\frac{1}{2}(a-c)^2 - b\right] \cdot P\{\gamma(b) < c_2\}\,.$$

Преобразуем это уравнение:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left[\frac{1}{2}(a-c)^2 - b\right] \cdot \frac{a - \gamma(b)}{a - \underline{c}}\,.$$

Выпишем условие максимизации ожидаемой прибыли по переменной b:

$$\frac{\partial(\mathrm{E}\pi_1)}{\partial b} = \left(\frac{1}{2}(a-c)^2\,(-\gamma'(b)) - (a - \gamma(b)) - b\,(-\gamma'(b))\right) \cdot \frac{1}{a - \underline{c}} = 0\,.$$

Получаем дифференциальное уравнение относительно $\gamma(b)$:

$$\gamma'(b) = \frac{a - \gamma(b)}{b - \frac{1}{2}(a-c)^2}\,.$$

С учетом (1.4) получаем дифференциальное уравнение относительно $\beta(c)$:

$$\beta'(c) + \frac{1}{c-a}\beta(c) = \frac{1}{2}(c-a)\,.$$

Решим дифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned}(c-a)\,\frac{d\beta(c)}{dc}+\beta(c)&=\frac{1}{2}\,(c-a)^2\,;\\(c-a)\,\frac{d\beta(c)}{dc}+\frac{d}{dc}(c-a)\,\beta(c)&=\frac{1}{2}\,(c-a)^2\,;\\\frac{d}{dc}\Big((c-a)\,\beta(c)\Big)&=\frac{1}{2}\,(c-a)^2\,;\\\int\frac{d}{dc}\Big((c-a)\,\beta(c)\Big)dc&=\int\frac{1}{2}\,(c-a)^2dc.\end{aligned}\tag{1.5}$$

Интегрируя, получаем:[3]

$$\beta(c)=\frac{(a-c)^2}{6}=b\,.$$

Оптимальные ставки двухставочного тарифа в случае конкуренции двух продавцов описываются следующим образом:

$$\begin{cases}\mathrm{f}^*=\dfrac{(a-c)^2}{3} & \text{— постоянная ставка;}\\ v^*=c & \text{— переменная ставка.}\end{cases}$$

В случае монополии получаем оптимальные ставки двухставочного тарифа:

$$\begin{cases}\mathrm{f}^*=\dfrac{(a-c)^2}{2} & \text{— постоянная ставка;}\\ v^*=c & \text{— переменная ставка.}\end{cases}$$

Сравним полученный результат в случае использования двухставочного тарифа с решением, достигаемым в случае монополии. Оказывается, что суммарный объем продаж конкурентов в условиях дуополии соответствует выручке монополии, использующей двухставочный тариф. Однако сумма назначаемых ими постоянных платежей двухставочного тарифа меньше, чем постоянный платеж в условиях монополии. При этом у покупателя образуется ненулевой излишек.

[3] При интегрировании правой части уравнения (1.5) заметим, что условие $(c-a)\,\beta(c)=\frac{(c-a)^3}{6}+Const$ должно выполняться при любом значении $c\in[\underline{c};a]$. В таком случае, если $c=a$, то $Const=0$.

Рассмотрим случай рынка с n конкурирующими между собой продавцами с линейными функциями затрат $C_i(q_i) = c_i q_i$ ($i \in \overline{1;n}$), функцией спроса $D(p) = a - p$ и представлениями $c_i \sim U([\underline{c}; a])$. Выпишем условие для максимизации ожидаемой прибыли первого продавца:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left[\frac{1}{2}(a-c)^2 - b\right] \cdot \prod_{i=2}^{n} P\{\gamma(b) < c_i\}\,.$$

С учетом преобразований приходим к уравнению:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left[\frac{1}{2}(a-c)^2 - b\right] \cdot \left(\frac{a-\gamma(b)}{a-\underline{c}}\right)^{n-1}.$$

Максимизируем ожидаемую прибыль по b:

$$\left(\frac{1}{2}(a-c)^2\,(a-\gamma(b))^{n-1}\right)' - \left(b\,(a-\gamma(b))^{n-1}\right)' = 0\,;$$

$$\frac{1}{2}(a-c)^2\,(n-1)\,(a-\gamma(b))^{n-2}\,(-\gamma'(b)) - (a-\gamma(b))^{n-1} -$$
$$-b\,(n-1)\,(a-\gamma(b))^{n-2}\,(-\gamma'(b)) = 0\,;$$

$$(-\gamma'(b))\left(\frac{1}{2}(a-c)^2\,(n-1)\,(a-\gamma(b))^{n-2} - b\,(n-1)\,(a-\gamma(b))^{n-2}\right) =$$
$$= (a-\gamma(b))^{n-1}\,.$$

Получаем дифференциальное уравнение относительно $\gamma(b)$:

$$\gamma'(b) = \frac{a-\gamma(b)}{(n-1)\left(b - \frac{1}{2}(a-c)^2\right)}\,.$$

С учетом (1.4) получаем дифференциальное уравнение относительно $\beta(c)$:

$$\beta'(c) + \frac{n-1}{c-a}\beta(c) = \frac{1}{2}(n-1)\,(c-a)\,.$$

Решаем полученное уравнение:

$$(c-a)^{n-1}\,\frac{d\beta(c)}{dc} + (n-1)\,(c-a)^{n-2}\,\beta(c) = \frac{1}{2}\,(n-1)\,(c-a)^n\,;$$

$$(c-a)^{n-1}\,\frac{d\beta(c)}{dc} + \frac{d}{dc}(c-a)^{n-1}\,\beta(c) = \frac{1}{2}\,(n-1)\,(c-a)^n\,;$$

$$\frac{d}{dc}\Big((c-a)^{n-1}\,\beta(c)\Big) = \frac{1}{2}\,(n-1)\,(c-a)^n\,;$$

$$\int \frac{d}{dc}\Big((c-a)^{n-1}\,\beta(c)\Big)dc = \int \frac{1}{2}\,(n-1)\,(c-a)^n dc.$$

Интегрируя, получаем:

$$(c-a)^{n-1}\,\beta(c) = \frac{n-1}{2\,(n+1)}\,(c-a)^{n+1}\ ;$$

$$\beta(c) = \frac{n-1}{2\,(n+1)}\,(a-c)^2\ . \tag{1.6}$$

В данном случае оптимальные ставки двухставочного тарифа описываются следующим образом:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^* = \dfrac{(a-c)^2}{n+1} & \text{— постоянная ставка;} \\ v^* = c & \text{— переменная ставка.} \end{cases}$$

Полученный результат распространяет выводы для случая с двумя продавцами на рынок с n конкурентами. Как и в предыдущей постановке задачи использование нелинейного ценообразования в виде двухставочного тарифа оказывается выгоднее применения линейной тарификации. Обобщая полученные результаты, обратимся к рассуждениям о неравномерности представлений продавцов о затратах друг друга.

Предположим, что на рынке с двумя конкурирующими между собой продавцами с линейными функциями затрат $C_1(q_1) = c_1 q_1$ и $C_2(q_2) = c_2 q_2$ задан и общеизвестен спрос $D(p) = a - p$, где $a > c_1 > 0$, $a > c_2 > 0$. Продавцы имеют одинаковые представления общего вида о затратах друг друга, описываемые функцией распределения $F_i(t)$.

Выпишем ожидаемую прибыль первого продавца, в предположении о том, что второй продавец ведет себя равновесным образом:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left[\frac{1}{2}(a-c)^2 - b\right] \cdot \Big(1 - F(\gamma(b))\Big).$$

Максимизируем ожидаемую прибыль по b и, решая дифференциальное уравнение относительно $\beta(c)$, получаем (выкладки в приложении 1):

$$\beta(c) = \frac{\displaystyle\int_c^a \frac{1}{2}\,(a-t)^2\,F'(t)\,dt}{1 - F(t)}.$$

Таким образом, оптимальные ставки двухставочного тарифа описываются:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^* = \dfrac{(a-c)^2}{2} - \dfrac{\displaystyle\int_c^a \frac{1}{2}(a-t)^2 F'(t)\,dt}{1-F(t)} & \text{— постоянная ставка;} \\ v^* = c & \text{— переменная ставка.} \end{cases}$$

Нетрудно заметить, что продавцам, использующим двухставочный тариф со строго положительным постоянным платежом, не выгодно использовать линейное ценообразование.

Распространим постановку данной задачи на случай взаимодействия n продавцов. Задана функция спроса $D(p) = a - p$ и функция распределения представлений продавцов о затратах друг друга $F_i(t)$. Ожидаемая прибыль первого игрока на рынке в этом случае:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left[\frac{1}{2}(a-c)^2 - b\right] \cdot \Big(1 - F(\gamma(b))\Big)^{n-1}.$$

Отсюда:

$$\beta(c) = \frac{(n-1)\displaystyle\int_c^a \frac{1}{2}(a-t)^2 F'(t)\,(1-F(t))^{n-2}\,dt}{(1-F(c))^{n-1}}. \tag{1.7}$$

Получаем ставки двухставочного тарифа:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^* = \dfrac{(a-c)^2}{2} - \dfrac{(n-1)\displaystyle\int_c^a \frac{1}{2}(a-t)^2 F'(t)\,(1-F(t))^{n-2}\,dt}{(1-F(c))^{n-1}}. \\ v^* = c \end{cases}$$

Как и в случае конкуренции двух продавцов и аффинным спросом равновесные ставки двухставочного тарифа остаются положительными, что говорит о выгодности нелинейной тарификации. Другими словами, введение неполноты информации относительно затрат конкурентов не дает прозрачного ответа на вопрос о возможном использовании линейного ценообразования. Рассмотрим теперь функцию спроса общего вида.

1.2. Модели нелинейного типа

1.2.1. Модели с представлениями общего вида о затратах конкурентов

Пусть задана произвольная функция спроса $D(p)$[4] и функция распределения представлений продавцов о затратах друг друга $F(\gamma(b))$ в условиях симметричной дуополии. Уравнение для ожидаемой прибыли первого продавца:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left(\int\limits_c^a D(p)dp - b\right) \cdot \Big(1 - F(\gamma(b))\Big).$$

Максимизируя ожидаемую прибыль, имеем:

$$\beta(c) = \frac{\int\limits_c^a D(t) \cdot F'(t)\, dt}{1 - F(c)}.$$

Таким образом, получаем оптимальные ставки двухставочного тарифа:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^* = D(c) - \dfrac{\int\limits_c^a D(t) \cdot F'(t)\, dt}{1 - F(c)} & \text{— постоянная ставка;} \\ v^* = c & \text{— переменная ставка.} \end{cases}$$

Дуополисты в условиях неполноты информации относительно затрат друг друга выставляют положительный ненулевой фиксированный платеж двухставочного тарифа.

Для случая с n продавцами, функцией спроса общего вида $D(p)$ и распределением представлений продавцов о затратах друг друга вида $F_i(t)$, уравнение ожидаемой прибыли первого продавца:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left(\int\limits_c^a D(p)dp - b\right) \cdot \Big(1 - F(\gamma(b))\Big)^{n-1}.$$

[4] Существует отправная цена $a < +\infty$, при которой $D(a) = 0$.

Из задачи максимизации ожидаемой прибыли:

$$\beta(c) = \frac{(n-1)\int\limits_c^a D(t)\,F'(t)\,(1-F(t))^{n-2}\,dt}{(1-F(c))^{n-1}}.$$

Ставки двухставочного тарифа в этом случае таковы:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^* = D(c) - \dfrac{(n-1)\int\limits_c^a D(t)\,F'(t)\,(1-F(t))^{n-2}\,dt}{(1-F(c))^{n-1}}. \\ v^* = c \end{cases} \tag{1.8}$$

Полученный ответ (1.8) дает принципиально такие же результаты, как в условии дуополии с функцией спроса общего вида, так и в случае равномерного распределения представлений продавцов о затратах конкурентов. Заметим, что все предыдущие модели были основаны на предположении о единой функции распределения представлений затрат конкурентов для всех продавцов, поэтому стоит попробовать учесть различия в этих представлениях в дальнейшем анализе.

1.2.2. Модель дуополии с различными представлениями продавцов о затратах конкурентов

Пусть продавцы с линейными функциями затрат $C_1(q_1) = c_1 q_1$ и $C_2(q_2) = c_2 q_2$ действуют в условиях дуополии. Наблюдая спрос общего вида $D(p)$, конкуренты имеют произвольное распределение представлений о затратах друг друга $F_i(t)$. c_1 и c_2 — удельные затраты первого и второго продавцов соответственно. Выпишем уравнения ожидаемых прибылей для обоих продавцов, где $s(c_i) = \int\limits_{c_i}^a D(p)dp$ — максимально возможные выгоды от торговли i–го продавца при затратах c_i:

$$\begin{aligned} \mathrm{E}\pi_1 &= (s(c_1) - b_1)\,(1 - F_2(\gamma_1(b_1))) \\ \mathrm{E}\pi_2 &= (s(c_2) - b_2)\,(1 - F_1(\gamma_2(b_2))) \end{aligned}.$$

Условия первого порядка:

$$\begin{cases} 0 = -\left(1 - F_2(\gamma_1(b_1))\right) - \left(s(c_1) - b_1\right) F_2'(\gamma_1(b_1))\,\gamma_1'(b_1) \\ 0 = -\left(1 - F_1(\gamma_2(b_2))\right) - \left(s(c_2) - b_2\right) F_1'(\gamma_2(b_2))\,\gamma_2'(b_2) \end{cases};$$

$$\begin{cases} 0 = -\left(1 - F_2(\gamma_1(b))\right) - \left(s(\gamma_1(b)) - b\right) F_2'(\gamma_1(b))\,\gamma_1'(b) \\ 0 = -\left(1 - F_1(\gamma_2(b))\right) - \left(s(\gamma_2(b)) - b\right) F_1'(\gamma_2(b))\,\gamma_2'(b) \end{cases};$$

$$\begin{cases} \gamma_1'(b) = \dfrac{1 - F_2(\gamma_1(b))}{(b - s(\gamma_1(b))) \cdot F_2'(\gamma_1(b))} \\ \gamma_2'(b) = \dfrac{1 - F_1(\gamma_2(b))}{(b - s(\gamma_2(b))) \cdot F_1'(\gamma_2(b))} \end{cases}.$$

Переходим к системе уравнений относительно $\beta_i(c)$:

$$\begin{cases} \beta_1'(c) = \dfrac{(\beta_1(c) - s_1(c)) \cdot F_2'(c)}{1 - F_2(c)} \\ \beta_2'(c) = \dfrac{(\beta_2(c) - s_2(c)) \cdot F_1'(c)}{1 - F_1(c)} \end{cases};$$

$$\beta_1'(c) - \frac{F_2'(c)}{1 - F_2(c)} \cdot \beta_1(c) = -s_1(c) \cdot \frac{F_2'(c)}{1 - F_2(c)};$$

$$\frac{d}{dc}\Big((1 - F_2(c)) \cdot \beta_1(c)\Big) = -s_1(c) \cdot F_2'(c)\,; \tag{1.9}$$

$$\beta_1(c) = \frac{\int\limits_c^a s_1(t) \cdot F_2'(t)\,dt}{1 - F_2(c)}.$$

Раскрывая числитель дроби, получаем:[5]

$$\beta_1(c) = \frac{s_1(c) \cdot F_2(c) - \int\limits_c^a s_1'(t) \cdot F_2(t)\,dt}{1 - F_2(c)}.$$

[5] $\beta_1(c) = \dfrac{\int_c^a s_1(t) \cdot F_2'(t)\,dt}{1 - F_2(c)} = \begin{vmatrix} u = s_1(t) & du = s_1'(t)\,dt \\ dv = F_2'(t)\,dt & v = F_2(t) \end{vmatrix} = \dfrac{s_1(t) \cdot F_2(t)|_c^a - \int_c^a s_1'(t) \cdot F_2(t)\,dt}{1 - F_2(c)}.$

Отсюда имеем:

$$\begin{cases} \beta_1(c) = \dfrac{s(c)\cdot F_2(c) - \int\limits_c^a s'(t)\cdot F_2(t)\,dt}{1 - F_2(c)} \\ \beta_2(c) = \dfrac{s(c)\cdot F_1(c) - \int\limits_c^a s'(t)\cdot F_1(t)\,dt}{1 - F_1(c)} \end{cases}. \tag{1.10}$$

Выражая из (1.9) $s(c)$, и, приравнивая условия для $\beta_1(c)$ и $\beta_2(c)$, получаем:

$$\frac{\frac{d}{dc}\Big((1 - F_2(c))\cdot\beta_1(c)\Big)}{F_2'(c)} = \frac{\frac{d}{dc}\Big((1 - F_1(c))\cdot\beta_2(c)\Big)}{F_1'(c)};$$

$$\frac{1 - F_2(c)}{F_2(c)}\cdot\beta_1(c) = \frac{1 - F_1(c)}{F_1(c)}\cdot\beta_2(c)\,;$$

$$\beta_2(c) = \frac{(1 - F_2(c))\cdot F_1(c)}{(1 - F_1(c))\cdot F_2(c)}\cdot\beta_1(c)\,.$$

Добавляя полученное условие в систему уравнений (1.10), получаем:

$$\begin{cases} \beta_1(c) = \dfrac{F_2(c)}{1 - F_2(c)}\cdot\left(s(c) - \dfrac{\int\limits_c^a s'(t)\cdot F_1(t)\,dt}{F_1(c)}\right) \\ \beta_2(c) = \dfrac{F_1(c)}{1 - F_1(c)}\cdot\left(s(c) - \dfrac{\int\limits_c^a s'(t)\cdot F_2(t)\,dt}{F_2(c)}\right) \end{cases}.$$

Таким образом, ставки двухставочных тарифов описываются так:

$$\begin{cases} \begin{cases} \mathrm{f}_1^* = s(c_1) \cdot \left(1 - \dfrac{F_2(c_1)}{1 - F_2(c_1)}\right) + \dfrac{\displaystyle\int_{c_1}^{a} s'(t) \cdot F_1(t)\, dt}{F_1(c_1)} \\ v_1^* = c_1 \end{cases} \\ \\ \begin{cases} \mathrm{f}_2^* = s(c_2) \cdot \left(1 - \dfrac{F_1(c_2)}{1 - F_1(c_2)}\right) + \dfrac{\displaystyle\int_{c_2}^{a} s'(t) \cdot F_2(t)\, dt}{F_2(c_2)} \\ v_2^* = c_2 \end{cases} \end{cases} .$$

Исходя из рассмотренных моделей, использование двухставочного тарифа конкурентами выгоднее применения линейной тарификации в условиях неполноты информации относительно затрат продавцов, что не дает ответа на вопрос при каких условиях продавцы могут переходить от использования одного типа ценообразования к использованию другого. Во всех представленных ранее моделях делалось предположение о том, что введение ценовой дискриминации не влечет за собой дополнительных затрат по сравнению со случаем линейной тарификации. Кроме того, предполагалась невозможность арбитража, при котором у покупателей существуют возможности для взаимной перепродажи.

Глава 2. Модели с учетом стоимости ценовой дискриминации и возможности межперсонального арбитража

2.1. Моделирование с учетом затрат на проведение ценовой дискриминации

Промоделируем ситуацию, в которой использование двухставочного тарифа стоит относительно дороже, чем использование линейного ценообразования. Предположим, что в условиях n–полии конкурирующих между собой продавцов с линейными функциями затрат вида $C_i(q_i) = c_i q_i$ задан спрос $D(p) = a - p$; представления о затратах продавцов имеют равномерное распределение $c_i \sim U([\underline{c}; a])$.

Выпишем выражение из модели линейного типа (1.6) для излишка, который продавец оставляет покупателю:

$$\beta(c) = \frac{n-1}{2\,(n+1)} \cdot (a-c)^2 \,.$$

Рассчитаем величину потерь d, образующихся на рынке после внедрения двухставочного тарифа с переменной ставкой x выше уровня предельных затрат продавцов. Определим значение вышеупомянутой ставки и величину спроса, который способны удовлетворить продавцы, использующие двухставочный тариф:

$$\int\limits_x^a (a-p)dp = -\frac{(a-p)^2}{2}\Bigg|_x^a = \frac{(a-x)^2}{2};$$

$$\frac{n-1}{2\,(n+1)} \cdot (a-c)^2 = \frac{(a-x)^2}{2};$$

$$x = a - \sqrt{\frac{n-1}{n+1}} \cdot (a-c)\,; \quad D(x) = \sqrt{\frac{n-1}{n+1}} \cdot (a-c)\,.$$

Величина потерь в случае использования продавцом оптимального излишка, оставляемого покупателю, определяется следующим образом:

$$d = \int\limits_c^x \int\limits_{D(x)}^a D(p)dp = \frac{1}{2}(a-c)^2 \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\right)^2 .$$

Таким образом, если рассуждать о том, с какими дополнительными затратами сталкивается продавец, использующий двухставочный тариф, прежде всего стоит обратить внимание на значение величины потерь d. В действительности, если использование двухставочного тарифа само по себе достаточно дорого относительно использования линейного ценообразования, то продавцы при дополнительных затратах бо́льших, чем d откажутся от использования двухставочных тарифов.

Подобно рассуждениям в задачах с полной информацией выпишем прибыли продавцов, применяющих двухставочный тариф:

$$\pi_i^{**} = \frac{1}{2}\left[D(x)\right]^2 ,$$

и, использующих линейное ценообразование:

$$\pi_i^* = (x - c)\, D(x) .$$

Выясним при каком соотношении прибылей выполняется неравенство

$$\pi_i^{**} > \pi_i^* :$$

$$\frac{1}{2}\left[D(x)\right]^2 > (x - c)\, D(x) ;$$

$$\frac{1}{2}(a - c)\sqrt{\frac{n-1}{n+1}} > (a - c)\left(1 - \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\right) ;$$

$$\frac{n-1}{n+1} > \frac{4}{9};$$

$$n > 2.6 .$$

Получаем, что использование линейного ценообразования является выгодным при конкуренции двух и большего количества продавцов.

В случае с распределением представлений продавцов о затратах конкурентов общего вида из (1.7) имеем:

$$\beta(c) = \frac{(n-1)\displaystyle\int\limits_c^a \frac{1}{2}(a - t)^2\, F'(t)\, (1 - F(t))^{n-2}\, dt}{(1 - F(c))^{n-1}} .$$

Отсюда находим величину x и величину потерь d:

$$x = a - \frac{(n-1)\int\limits_{c}^{a} (a-t)^2 F'(t) (1-F(t))^{n-2} \, dt}{(1-F(c))^{n-1}};$$

$$d = \frac{1}{2} \cdot \left((a-c) - \frac{(n-1)\int\limits_{c}^{a} (a-t)^2 F'(t) (1-F(t))^{n-2} \, dt}{(1-F(c))^{n-1}} \right)^2 .$$

Таким образом, существует определенный положительный порог дополнительных затрат на использование двухставочного тарифа, при превышении которого проведение ценовой дискриминации стоит относительно дороже, что свидетельствует о выгодности использования линейного тарифа. Это может объясняться тем фактом, что нелинейное ценообразование в силу своей относительной сложности должно влечь дополнительные затраты по сравнению с использованием линейного ценообразования.

2.2. Модели с учетом возможности проведения межперсонального арбитража

Предположим, что покупатели имеют возможность перепродавать благо друг другу, а продавцы, в свою очередь, используют нелинейное ценообразование. Допустим, что в условиях дуополии заданы линейные функции затрат продавцов вида $C_i(q_i) = c_i q_i$, и имеются представления о спросе

$$\begin{aligned} D_1(p) &= a - p, && \text{с вероятностью } \alpha\,; \\ D_2(p) &= 2\,(a-p)\,, && \text{с вероятностью } (1-\alpha)\,, \end{aligned}$$

где $\alpha \in (0;1)$ — доля слабых покупателей на рынке. Функции спроса имеют разный наклон и одинаковую отправную цену a. Представления о затратах продавцов имеют равномерное распределение $c_i \sim U([\underline{c}; a])$.

Выпишем уравнение ожидаемой прибыли для первого продавца, выставляющего двухставочный тариф:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \alpha \cdot \Big((v-c)\,(a-v) + \mathrm{f} \Big) \cdot P\left\{ \frac{(a-v)^2}{2} - \mathrm{f} \geqslant \frac{(a-v^*)^2}{2} - \mathrm{f}^* \right\} +$$
$$+ (1-\alpha) \cdot \Big(2\,(v-c)\,(a-v) + \mathrm{f} \Big) \cdot P\Big\{ (a-v)^2 - \mathrm{f} \geqslant (a-v^*)^2 - \mathrm{f}^* \Big\}.$$

Пусть на рынке существует возможность осуществления арбитража и $\alpha = \frac{1}{2}$. Выпишем постоянную ставку двухставочного тарифа, которая в точности соответствует излишку, получаемому сильным покупателем от перепродажи слабому:

$$\mathrm{f} = \frac{(a-v)^2}{4}.$$

Перепишем условие ожидаемой прибыли с учетом арбитража:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \frac{1}{2} \cdot \left((v-c)\,(a-v) + \frac{(a-v)^2}{4} \right) \cdot P\left\{ \frac{(a-v)}{4} \geqslant \frac{(a-v^*)}{4} \right\} +$$
$$+ \frac{1}{2} \cdot \left(2\,(v-c)\,(a-v) + \frac{(a-v)^2}{4} \right) \cdot P\left\{ \frac{3}{4}(a-v) \geqslant \frac{3}{4}(a-v^*) \right\}.$$

Пусть $\xi(v)$ — обратная функция по отношению к v^*, тогда уравнение для ожидаемой прибыли приобретает следующий вид:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \frac{1}{2} \cdot \left((v-c)\,(a-v) + \frac{(a-v)^2}{4} \right) \cdot P\{\xi(v) \leqslant c_2\} +$$
$$+ \frac{1}{2} \cdot \left(2\,(v-c)\,(a-v) + \frac{(a-v)^2}{4} \right) \cdot P\{\xi(v) \leqslant c_2\}.$$

Отсюда

$$\mathrm{E}\pi_1 = \frac{1}{2} \cdot \Big((v-c)\,(a-v) + \mathrm{f} \Big) \cdot \frac{a-\xi(v)}{a-\underline{c}} +$$
$$+ \frac{1}{2} \cdot \Big(2\,(v-c)\,(a-v) + \mathrm{f} \Big) \cdot \frac{a-\xi(v)}{a-\underline{c}}.$$

Продифференцируем ожидаемую прибыль по v и приравняем нулю:

$$\frac{\partial(\mathrm{E}\pi_1)}{\partial v} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{a-\underline{c}}\cdot\left(-\xi'(v)\cdot\left(3\,(v-c)\,(a-v)+\frac{(a-v)^2}{2}\right)+\right.$$
$$\left.+\,(a-\xi(v))\cdot(3\,(a-2v+c)-a+v)\right)=0.$$

Получаем дифференциальное уравнение относительно $\xi(v)$:

$$\xi'(v)=\frac{2\,(a-\xi(v))\,(2a-5v+3c)}{6\,(v-c)\,(a-v)+(a-v)^2}.$$

После преобразований получаем дифференциальное уравнение относительно $v(c)$:

$$v'(c)=\frac{(a-v(c))\,(5v(c)+a-6c)}{2\,(a-c)\,(2a-5v(c)+3c)}.$$

Запишем выражение для оптимальной переменной ставки двухставочного тарифа v^* по аналогии с ценами, получаемыми в контексте исследуемых задач и моделей, через линейную комбинацию a и c:

$$v^*=\frac{\gamma a+c}{1+\gamma}.$$

Подставим полученное выражение:

$$\frac{1}{1+\gamma}=\frac{(a-c)\cdot(6\gamma+1)\,(a-c)}{2\,(\gamma+1)\,(a-c)\cdot(2-3\gamma)\,(a-c)};$$
$$6\gamma+1=4-6\gamma\,;$$
$$\gamma=\frac{1}{4}.$$

Отсюда выражение для оптимальной переменной ставки принимает следующий вид:

$$v^*=\frac{a+4c}{5}.$$

Проверим решение подстановкой в обратную функцию $\xi(v)$, где $c=\xi(v)$:

$$\xi'(v)=\frac{2\,(a-\xi(v))\,(2a-5v+3\xi(v))}{(a-v)\,(a+5v-6\xi(v))};$$

$$\frac{5}{4}=\frac{2\cdot 5\,(a-v)\cdot 5\,(a-c)}{4\,(a-v)\cdot 10\,(a-c)}.$$

Получаем оптимальные ставки двухставочного тарифа:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^* = \dfrac{4}{25}(a-c)^2 \\ v^* = \dfrac{a+4c}{5} \end{cases}.$$

Сравнивая прибыли при линейном ценообразовании $\dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{(a-c)^3}{(a-\underline{c})}$ и при использовании двухставочного тарифа $\dfrac{2}{5} \cdot \dfrac{(a-c)^3}{(a-\underline{c})}$, оказывается, что при равных долях сильных и слабых покупателей использование двухставочного тарифа выгоднее.

Пусть теперь $\alpha \neq \frac{1}{2}$, тогда условие на арбитраж принимает следующий вид:

$$\mathrm{f} = \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} \cdot \frac{(a-v)^2}{4}.$$

Выражение для ожидаемой прибыли:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left(\alpha \cdot \left((v-c)(a-v) + \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} \cdot \frac{(a-v)^2}{4}\right) + \right.$$
$$\left. + (1-\alpha) \cdot \left(2(v-c)(a-v) + \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} \cdot \frac{(a-v)^2}{4}\right)\right) \cdot \frac{a-\xi(v)}{a-\underline{c}}.$$

Максимизируем ожидаемую прибыль:

$$\frac{\partial(\mathrm{E}\pi_1)}{\partial v} = \frac{1}{a-\underline{c}}\left(-\xi'(v) \cdot \left((2-\alpha)(v-c)(a-v) + \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} \cdot \frac{(a-v)^2}{4}\right) + \right.$$
$$\left. + (a-\xi(v))\left((2-\alpha)(a-2v+c) - \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} \cdot \frac{a-v}{2}\right)\right) = 0,$$

и получаем

$$\xi'(v) = \frac{(a-\xi(v))\left((2-\alpha)(a-2v+c) - \dfrac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} \cdot \dfrac{a-v}{2}\right)}{(2-\alpha)(v-c)(a-v) + \dfrac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} \cdot \dfrac{(a-v)^2}{4}}.$$

Аналогично подстановке в случае равных долей покупателей получаем оптимальный тариф:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^* = (a-c)^2 \cdot \left(\dfrac{4}{3} \cdot \dfrac{\alpha\,(1-\alpha)\,(2-\alpha)}{4\,(1-\alpha)^2\,(2-\alpha)-\alpha^2}\right)^2 \\ v^* = \dfrac{\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8}\frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2(2-\alpha)}\right)\cdot a + c}{\frac{1}{2} - \frac{3}{8}\frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2(2-\alpha)} + 1} \end{cases}.$$

Сравним прибыли, получаемые продавцами при использовании различных типов ценообразования. Прибыль при линейном ценообразовании:

$$\mathrm{E}\pi_1^* = (p-c)\Big(\alpha\,(a-p) + (1-\alpha)\cdot 2\,(a-p)\Big)\cdot\frac{a-c}{a-\underline{c}}$$

и оптимальная цена

$$p^* = \frac{a+2c}{3}.$$

Отсюда

$$\mathrm{E}\pi_1^* = \frac{2}{9}\cdot\frac{(2-\alpha)\,(a-c)^3}{a-\underline{c}}.$$

Рассчитаем теперь ожидаемую прибыль при использовании двухставочного тарифа, тогда

$$v = \frac{Xa+c}{X+1};$$

$$\mathrm{f} = \frac{1}{4}\cdot\frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2}\cdot\frac{(a-c)^2}{(X+1)^2},$$

где $X = \dfrac{1}{2}\left(1 - \dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2\,(2-\alpha)}\right)$. Получаем выражение для прибыли:

$$\mathrm{E}\pi_1^{**} = \frac{(a-c)^3}{(a-\underline{c})\,(X+1)^2}\cdot\left(X\,(2-\alpha) + \frac{\alpha^2}{4\,(1-\alpha)^2}\right);$$

$$\mathrm{E}\pi_1^{**} = \frac{8}{9}\cdot\frac{(a-c)^3}{a-\underline{c}}\cdot\frac{(1-\alpha)^2\,(2-\alpha)^2}{4\,(1-\alpha)^2\,(2-\alpha)-\alpha^2}.$$

Сравним прибыли при использовании разных способов ценообразования:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E}\pi_1^* &> \mathrm{E}\pi_1^{**}\,; \\
1 &> \frac{4\left(1-\alpha\right)^2\left(2-\alpha\right)}{4\left(1-\alpha\right)^2\left(2-\alpha\right)-\alpha^2}\,; \\
\alpha &> 0.6955\,.
\end{aligned}
$$

Таким образом, в данном случае открывается возможность для использования линейного ценообразования при значительной доле слабых покупателей на рынке. Однако предположение о возможности арбитража не всегда соответствует ситуации на многих реальных рынках. Зачастую невозможно проводить арбитраж из-за структуры блага, делающих его непригодным к перепродаже (ограниченный доступ к услуге, быстрая порча товара и т.п.). В таком случае можно вводить предположения о невозможности проведения арбитража.

Предположим, что в условиях n-полии заданы функции спроса с одинаковой отправной ценой a вида $D = z \cdot D(p)$, где z — неотрицательная случайная величина с функцией распределения $Z(t)$. Функции затрат продавцов линейны $C_i(q_i) = c_i q_i$, и, конкуренты имеют представления общего вида $F_i(c)$ о затратах друг друга. Пусть все продавцы кроме первого используют оптимальный двухставочный тариф со ставками f^* и v^*, а первый — двухставочный тариф со ставками f и v. Тогда ожидаемая прибыль первого продавца:

$$\mathrm{E}\pi_1(v,f) = \int\limits_0^{+\infty} \left((v-c)\cdot z \cdot D(p) + \mathrm{f}\right) \cdot \big(1 - F(\gamma(f,v))\big)^{n-1} dZ(t).$$

Отсюда условия первого порядка:

$$\frac{\partial \mathrm{E}\pi_1(v,f)}{\partial v} = \big(1 - F(\gamma(f,v))\big)^{n-2} \cdot \int\limits_0^{+\infty} \big(zD(p)\big(1-F(\gamma(f,v))\big) - \big((v-c)zD(p)+\mathrm{f}\big)\cdot zD(p)(n-1)F'(\gamma(f,v))\gamma'(f,v)\big)\, dZ(t) = 0\,;$$

$$\frac{\partial \mathrm{E}\pi_1(v,f)}{\partial \mathrm{f}} = \big(1 - F(\gamma(f,c))\big)^{n-2} \cdot \int\limits_0^{+\infty} \big(1-F(\gamma(f,v)) + \big((v-c)zD(p)+\mathrm{f}\big)(n-1)F'(\gamma(f,v))\gamma'(f,v)\big)\, dZ(t) = 0\,.$$

Тогда имеем

$$\int\limits_0^{+\infty} \Bigg(\big(1-F(\gamma(f,v))\big)(zD(p)-1) - \gamma'(f,v)F'(\gamma(f,v))(n-1)\big((v-c)zD(p)+\mathrm{f}\big)\cdot\big(zD(p)-1\big)\Bigg) dZ(t) = 0\,;$$

$$\int\limits_0^{+\infty} \big((v-c)zD(p)+\mathrm{f}\big)^{-1} dZ(t) = (n-1)\,\frac{F'(\gamma(f,v))}{1-F(\gamma(f,v))}\cdot\gamma'(f,v).$$

Возможно проведение проверки, удовлетворяет ли указанным условиям первого порядка линейный тариф, определяемый дифференциальным уравнением (см. Бутуханов и Жилин, 2013):

$$\frac{D(p) + (p-\gamma(p))\cdot D'(p)}{(p-\gamma(p))\cdot D(p)} = (n-1)\,\frac{F'(\gamma(p))}{1-F(\gamma(p))}\cdot\gamma'(p).$$

В силу проблем неинтегрируемости, провести эту проверку для задачи общего вида не удаётся. Поэтому перейдём к специфической постановке задачи.

Будем полагать проведение межперсонального арбитража невозможным и займёмся сравнением использования единственного двухставочного тарифа против одного линейного. Основанием такого огрубления может служить наблюдение из реальной экономики, когда из линейки тарифов предпочтение большинством покупателей так или иначе отдается только одному, который охватывает наибольшую долю рынка и является основным. Данной ситуации соответствует, например, использование подавляющим большинством потребителей компании **Uber** только одного тарифа “UberX” на рынках многих стран.

Допустим, что в условиях n-полии заданы линейные функции затрат продавцов вида $C_i(q_i) = c_i q_i$, и имеются представления о спросе (3.1), где $\alpha \in (0;1)$ — доля слабых покупателей на рынке. Функции спроса имеют разный наклон и одинаковую отправную цену a. Представления о затратах продавцов имеют равномерное распределение $c_i \sim U([\underline{c};a])$. Равновесная цена при линейном тарифе соответствует цене Курно $p^*(c) = \frac{a+nc}{n+1}$.

$$D_1(p) = a - p, \qquad \text{с вероятностью } \alpha\,; \tag{3.1$^\text{а}$}$$

$$D_2(p) = 2\,(a - p)\,, \quad \text{с вероятностью } (1-\alpha)\,. \tag{3.1$^\text{б}$}$$

Выпишем уравнение для ожидаемой прибыли первого продавца, использующего двухставочный тариф, при условии, что все остальные конкуренты используют линейное ценообразование:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \alpha \cdot \Big((v-c)\,(a-v) + \mathrm{f}\Big) \cdot \prod_{i=2}^{n} P\left\{\frac{(a-v)^2}{2} - \mathrm{f} \geqslant \frac{(a-p_i^*)^2}{2}\right\} +$$
$$+ (1-\alpha) \cdot \Big(2\,(v-c)\,(a-v) + \mathrm{f}\Big) \cdot \prod_{i=2}^{n} P\Big\{(a-v)^2 - \mathrm{f} \geqslant (a-p_i^*)^2\Big\}\,;$$

$$\mathrm{E}\pi_1^{tp} = \alpha \cdot \Big((v-c)\,(a-v) + \mathrm{f}\Big) \cdot \left(\frac{\frac{n+1}{n} \cdot \sqrt{(a-v)^2 - 2\mathrm{f}}}{a-\underline{c}}\right)^{n-1} +$$
$$+ (1-\alpha) \cdot \Big(2\,(v-c)\,(a-v) + \mathrm{f}\Big) \cdot \left(\frac{\frac{n+1}{n} \cdot \sqrt{(a-v)^2 - \mathrm{f}}}{a-\underline{c}}\right)^{n-1}. \tag{3.2}$$

Продифференцируем уравнение ожидаемой прибыли по переменным f и v:

$$\frac{\partial \mathrm{E}\pi}{\partial \mathrm{f}} = \alpha\cdot\left(\frac{\frac{n+1}{n}\sqrt{(a-v)^2-2\mathrm{f}}}{a-\underline{c}}\right)^{n-1}\cdot\left(1-\left((v-c)(a-v)+\mathrm{f}\right)\cdot\frac{n-1}{(a-v)^2-2\mathrm{f}}\right)+$$

$$+(1-\alpha)\cdot\left(\frac{\frac{n+1}{n}\sqrt{(a-v)^2-\mathrm{f}}}{a-\underline{c}}\right)^{n-1}\cdot\left(1-\big(2(v-c)(a-v)+\mathrm{f}\big)\cdot\frac{n-1}{2\Big((a-v)^2-\mathrm{f}\Big)}\right)=0\,; \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \mathrm{E}\pi}{\partial v} = \alpha\cdot\left(\frac{\frac{n+1}{n}\sqrt{(a-v)^2-2\mathrm{f}}}{a-\underline{c}}\right)^{n-1}\cdot\left((a-2v+c)-\left((v-c)(a-v)+\mathrm{f}\right)\cdot\frac{(n-1)(a-v)}{(a-v)^2-2\mathrm{f}}\right)+$$

$$+(1-\alpha)\cdot\left(\frac{\frac{n+1}{n}\sqrt{(a-v)^2-\mathrm{f}}}{a-\underline{c}}\right)^{n-1}\cdot\left(2(a-2v+c)-\big(2(v-c)(a-v)+\mathrm{f}\big)\cdot\frac{(n-1)(a-v)}{(a-v)^2-\mathrm{f}}\right)=0\,.$$

$$(3.4)$$

Разделим (3.3) на (3.4) и получим

$$\mathrm{f}^2\cdot(n+1)\big[(n+1)(a-v)-2(v-c)\big]-3\mathrm{f}\cdot(n+1)^2\,(a-v)^2\,\big[(a-v)-n(v-c)\big]+$$
$$+\,2\,(a-v)^3\,\big[(a-v)-(n-1)(v-c)\big]\big[(a-v)-n(v-c)\big]=0\,.$$

Отсюда получаем выражение для постоянной ставки

$$\mathrm{f}=\frac{3(n+1)\,(a-v)^2\,\big[(a-v)-n(v-c)\big]-\sqrt{D}}{2(n+1)\big[(n+1)\,(a-v)-2(v-c)\big]},$$

$$D=(n+1)\,(a-v)^3\,\big((a-v)-n(v-c)\big)\cdot\Big(9(n+1)\,(a-v)\,\big[(a-v)-n(v-c)\big]-$$
$$-\,8\big[(n+1)\,(a-v)-2(v-c)\big]\big[(a-v)-(n-1)(v-c)\big]\Big)\,.$$

Подставим значение для постоянной ставки в выражение ожидаемой прибыли (3.2) и продифференцируем по v:

$$\frac{\partial \mathrm{E}\pi_1^{tp}}{\partial v}=\left(\frac{\frac{n+1}{n}}{a-\underline{c}}\right)^{n-1}\cdot\Big[\alpha\cdot\Big((a-v)^2-2\mathrm{f}\Big)^{\frac{n-3}{2}}\cdot\Big((a-2v+c+\mathrm{f}'_v)\cdot\Big((a-v)^2-2\mathrm{f}\Big)-$$
$$-(n-1)\Big((v-c)(a-v)+\mathrm{f}\Big)\,(a-v+\mathrm{f}'_v)\Big)+$$
$$+\,(1-\alpha)\cdot\Big((a-v)^2-\mathrm{f}\Big)^{\frac{n-3}{2}}\cdot\Big((2(a-2v+c)+\mathrm{f}'_v)\cdot\Big((a-v)^2-\mathrm{f}\Big)-$$
$$-\frac{n-1}{2}\Big(2(v-c)(a-v)+\mathrm{f}\Big)\,(2(a-v)+\mathrm{f}'_v)\Big)\Big]=0. \quad (3.5)$$

Теперь определим выражение для оптимальной переменной ставки двухставочного тарифа, полагая $v = \frac{\gamma a + c}{1+\gamma}$ (выкладки в приложении 2).

При $\alpha \in \left[0, \widetilde{\widetilde{\alpha}}\right)$ точное выражение для оптимальной переменной ставки:

$$v^* = \begin{cases} c\,, & \alpha \in [0, \widetilde{\alpha}) \\ \dfrac{a + nc}{1+n}, & \alpha \in \left[\widetilde{\alpha}, \widetilde{\widetilde{\alpha}}\right) \end{cases},$$

где $\widetilde{\alpha} = 1 - \dfrac{n^n}{2(n+1)^{\frac{n+1}{2}} \cdot (n-1)^{\frac{n-1}{2}} - n^n}$ и $\widetilde{\widetilde{\alpha}} = \widetilde{\widetilde{\gamma}}^{-1}(n)$. Здесь $\widetilde{\widetilde{\alpha}}$ отвечает равенству наклонов ожидаемой прибыли при использовании двухставочного тарифа и линейного ценообразования такое, что прибыль при двухставочном тарифе — больше (находится из условия $\frac{\partial \mathrm{E}\pi_1^{tp}}{\partial \alpha} = \frac{\partial \mathrm{E}\pi_1^{lin}}{\partial \alpha}$). С другой стороны, параметр $\widetilde{\widetilde{\alpha}}$ приближенно находится при помощи подстановки обратной функции $\widetilde{\widetilde{\gamma}}(n)$, которая выводится численно, и соответствует выражению $\widetilde{\widetilde{\gamma}}(n) \simeq 0.304 \cdot n^{-0.751}$ (см. рис. 3.1). Заметим также, что на интервале $\alpha \in \left[\widetilde{\alpha}, \widetilde{\widetilde{\alpha}}\right)$ значение оптимальной переменной ставки двухставочного тарифа соответствует цене Курно, что демонстрирует выгодность использования линейного ценообразования.

Значение переменной ставки двухставочного тарифа при $\alpha \in \left[\widetilde{\widetilde{\alpha}}, 1\right]$ получаем при помощи численного моделирования:

$$v^* \simeq \frac{\frac{\alpha \cdot \sqrt[\psi_1(n)]{1-\alpha}}{\psi_0(n)} \cdot a + c}{\frac{\alpha \cdot \sqrt[\psi_1(n)]{1-\alpha}}{\psi_0(n)} + 1},$$

где параметры $\psi_0(n)$ и $\psi_1(n)$ находятся с помощью численного моделирования нелинейной регрессии, причем оказывается, что $\psi_0(n) \cdot \psi_1(n) \simeq n$ и $\psi_1(n) < \psi_0(n) < n$.

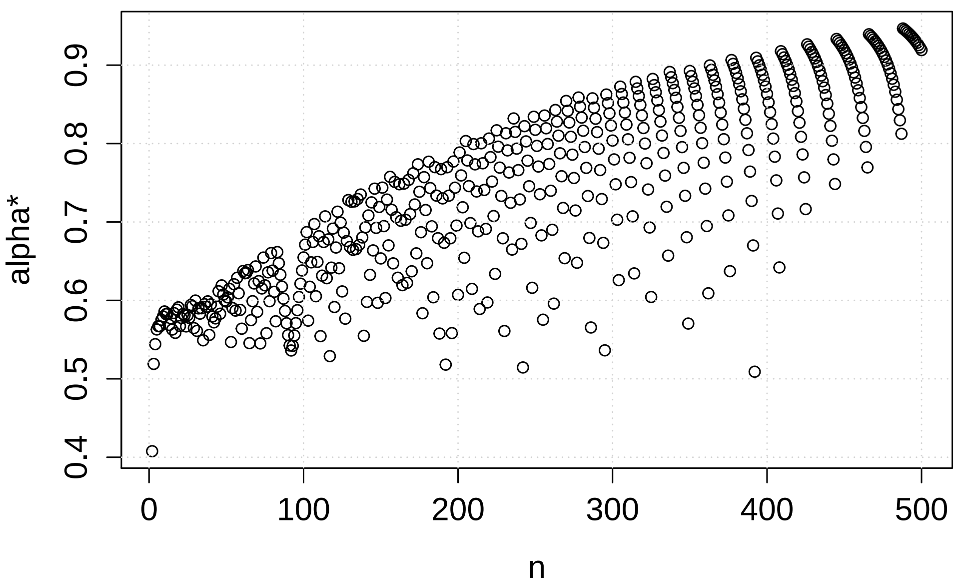
Выпишем уравнение ожидаемой прибыли при использовании линейного ценообразования для n продавцов и представим соотношение ожидаемых прибылей графически (см. рис. 3.2):

$$\mathrm{E}\pi_1^{lin} = (p-c)\Big(\alpha\,(a-p) + (1-\alpha)\cdot 2\,(a-p)\Big) \cdot \left(\frac{a-c}{a-\underline{c}}\right)^{n-1};$$

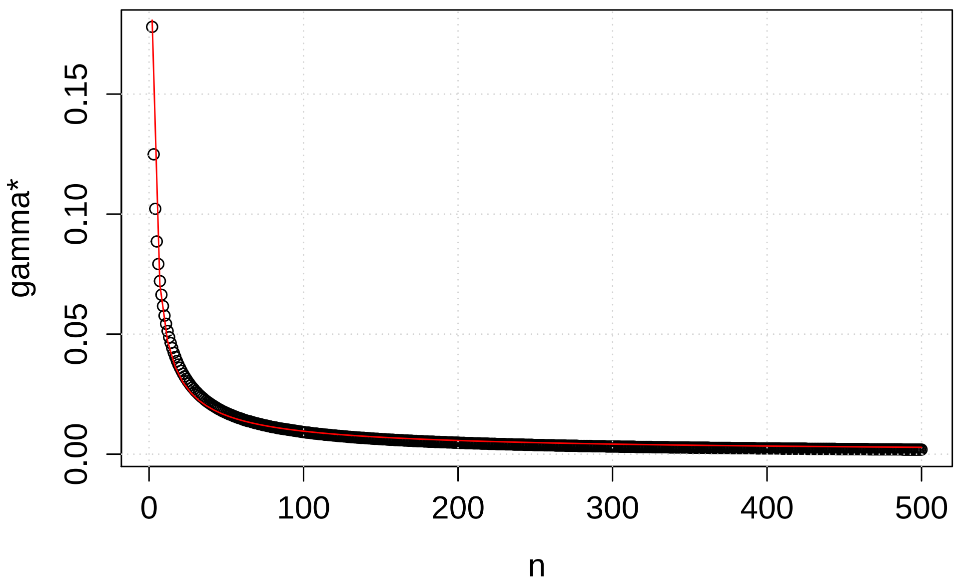
$$\mathrm{E}\pi_1^{lin} = \frac{n}{(n+1)^2} \cdot \frac{(2-\alpha)\,(a-c)^{n+1}}{(a-\underline{c})^{n-1}}.$$

Здесь по оси ординат откладывается ожидаемая прибыль при использовании того или иного тарифа; по оси абсцисс — значения доли слабых покупателей α. Синим цветом отображен график ожидаемой прибыли при линейной тарификации, а чёрным — при двухставочном тарифе (причем в качестве значений параметров a и c, влияющих только на нормировку оси ординат, были взяты значения 10 и 1 соответственно).

Таким образом, при усилении конкуренции между продавцами появляются возможности для применения линейного тарифа, поскольку на промежутке от $\widetilde{\alpha}$ до $\widetilde{\widetilde{\alpha}}$ двухставочный тариф вырождается в линейный. Это свидетельствует о том, что на конкурентном рынке может возникать эффект перехода от использования одного типа тарификации к другому по достижении определённого порога для доли слабых покупателей.

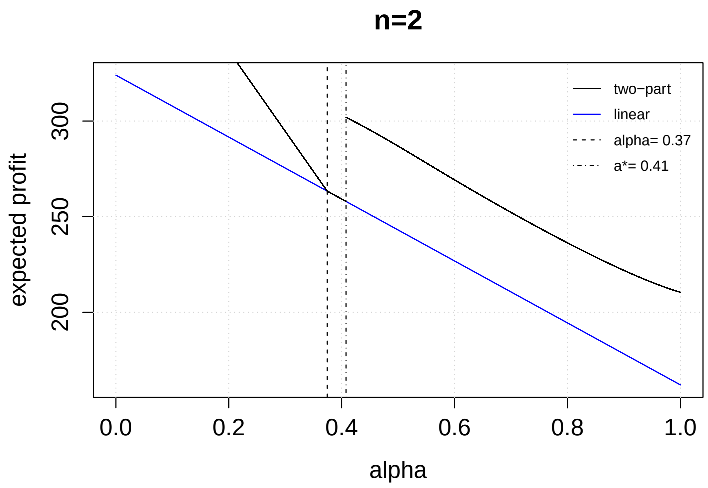


(а) $\widetilde{\widetilde{\alpha}}(n)$

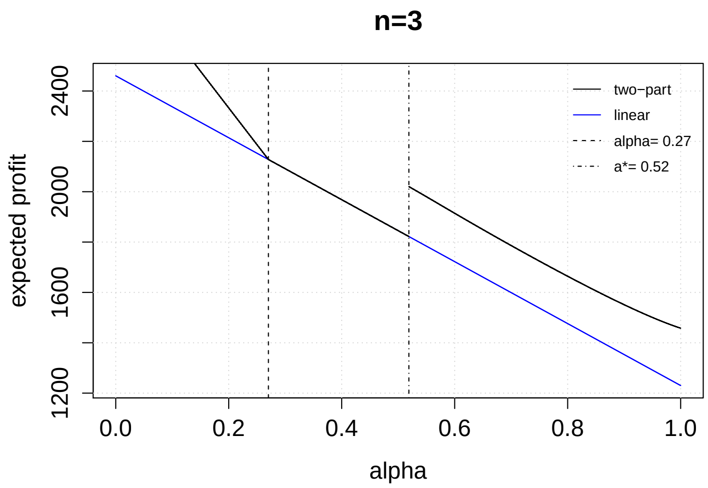


(б) $\widetilde{\widetilde{\gamma}}(n)$

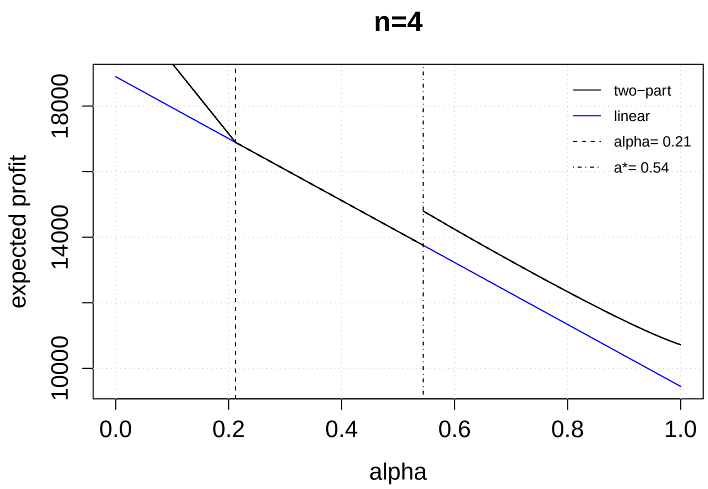
Рисунок 3.1. Функции $\widetilde{\widetilde{\alpha}}(n)$ и $\widetilde{\widetilde{\gamma}}(n)$.



(а) 2 продавца.



(б) 3 продавца.



(в) 4 продавца.

Рисунок 3.2. Сравнение ожидаемых прибылей в зависимости от α для различных n.

Заключение

В настоящей работе проанализированы задачи и модели конкуренции между продавцами, использующими как линейную, так и нелинейную тарификацию, при условиях неполной информации. Рассмотрены ситуации выгодности использования линейных тарифов по сравнению с двухставочными при различных допущениях в отношении функции спроса, распределения представлений о затратах конкурентов и их количества на рынке.

В предположении о неполноте информации относительно затрат конкурентов и относительно структуры спроса выяснилось, что при определенных условиях продавцам выгодно использовать тот либо иной тип ценообразования. При значительной неопределённости относительно спроса использование линейных тарифов может оказаться оптимальным. Данный результат распространяется на случай невозможности проведения покупателями арбитража, ситуации, которая характеризует возможности для перепродажи блага между покупателями с различным спросом.

Отдельного упоминания заслуживает влияние количества продавцов на переход от использования одного тарифа к использованию другого. В рамках представленных в данной работе моделей с неполной информацией относительно как спроса, так и затрат конкурентов, увеличение количества продавцов может вести к смене типа тарификации. При усилении конкуренции, вообще говоря, возможности для применения линейного тарифа расширяются.

Таким образом, проанализирован ряд ситуаций конкуренции между продавцами в условиях неполноты информации. В рамках рассмотренных моделей выявлен эффект перехода между использованием линейных и нелинейных тарифов, который заключается в смене типа тарификации в ситуации, когда доля слабых покупателей не слишком мала или велика, а конкуренция достаточно интенсивна.

В рамках дальнейших исследований можно ставить перед собой вопрос о нахождении ситуаций, при которых различные по затратам продавцы используют разные тарифы. На мысли о существовании таких ситуаций наводят выкладки настоящей работы. Вполне возможно, что различные по затратам продавцы будут удовлетворять спрос покупателей с неодинаковыми отправной ценой и наклоном. Тогда слабый по затратам продавец будет использовать двухставочный тариф на спросе с наибольшей отправной ценой, а сильный — линейное ценообразование на спросе сильных покупателей. В таком случае при усилении конкуренции могут возникать возможности для использования различных тарифов линейного и нелинейного типа.

Список литературы

1. Бутуханов А. В., Жилин В. А. Конкуренция по Бертрану с неполной информацией о затратах соперников и цены Курно // Теоретические и прикладные исследования экономики и экономической политики. СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2013. С. 21–32.

2. Терников А. А. Конкуренция при использовании двухставочных тарифов // Материалы VII Международной научно-практической конференции «Государство и бизнес. Современные проблемы экономики». СПб. : Информационный издательский учебно-научный центр «Стратегия будущего», 2015. Т. 2. С. 57–60.

3. Терников А. А. Использование двухставочных тарифов при неполноте информации о затратах конкурентов // Актуальные проблемы экономики и менеджмента. Избранные доклады I студенческой научно-практической конференции Санкт-Петербургской школы экономики и менеджмента НИУ ВШЭ. СПб. : Отдел оперативной полиграфии НИУ ВШЭ — Санкт-Петербург, 2016. С. 42–43.

4. Филатов А. Ю. Модель олигополии Бертрана с несовершенной ценовой эластичностью спроса для произвольного числа фирм // Инструменты анализа и управления переходными состояниями в экономике. Екатеринбург, 2008. С. 111–123.

5. Amir R., Jin J. Y. Cournot and Bertrand equilibria compared: substitutability, complementarity and concavity // International Journal of Industrial Organization. 2001. Vol. 19, No. 3–4. P. 303–317.

6. Anderson S. P., de Palma A., Kreider B. The efficiency of indirect taxes under imperfect competition // Journal of Public Economics. 2001. Vol. 81, No. 2. P. 231–251.

7. Andersson K., Hansen B. Network competition: Empirical evidence on mobile termination rates and profitability // SNF papers. 2009. P. 1–27.

8. Bade S. Nash equilibrium in games with incomplete preferences // Rationality and Equilibrium / Ed. by Charalambos D. Aliprantis, Rosa L. Matzkin, Daniel L. McFadden et al. Springer Berlin Heidelberg, 2006. Vol. 26 of Studies in Economic Theory. P. 67–90.

9. Benjamin R. A two-part tariff for financing transmission expansion // Utilities Policy. 2013. Vol. 27. P. 98–107.

10. Bischi G.-I., Sbragia L., Szidarovszky F. Learning the demand function in a repeated Cournot oligopoly game // International Journal of Systems Science. 2008. Vol. 39, No. 4. P. 403–419.

11. Boccard N., Wauthy X. Bertrand competition and Cournot outcomes: further results // Economics Letters. 2000. Vol. 68, No. 3. P. 279–285.

12. Bonnet C., Dubois P. Identifying two part tariff contracts with buyer power: Empirical estimation on food retailing // CEPR papers. 2015. No. 10623. P. 1–49.

13. Bonnet C., Dubois P., Simioni M. Two-part tariffs versus linear pricing between manufacturers and retailers: empirical tests on differentiated products markets // CEPR papers. 2006. No. 6016. P. 1–46.

14. Breitmoser Y. On the endogeneity of Cournot, Bertrand, and Stackelberg competition in oligopolies // International Journal of Industrial Organization. 2012. Vol. 30, No. 1. P. 16–29.

15. Chiarella C., Szidarovszky F. On the stability of price-adjusting oligopolies with incomplete information // International Journal of Systems Science. 2005. Vol. 36, No. 8. P. 501–507.

16. Empirical evidence on the role of nonlinear wholesale pricing and vertical restraints on cost pass-through / Celine Bonnet, Pierre Dubois, Sofia B Villas Boas, Daniel Klapper // Review of Economics and Statistics. 2013. Vol. 95, No. 2. P. 500–515.

17. Fanti L. Environmental standards and Cournot duopoly: A stability analysis // Environmental and Resource Economics. 2014. P. 1–17.

18. Felder J., Scott R. Two-part tariff and aftermarket duopoly: An illustration // The Journal of Economic Education. 2010. Vol. 41, No. 1. P. 41–53.

19. Ferreira J. L. Capacity precommitment, price competition and forward markets // Economics Letters. 2014. Vol. 122, No. 2. P. 362–364.

20. Genc T. A dynamic Cournot-Nash game: a representation of a finitely repeated feedback game // Computational Management Science. 2007. Vol. 4, No. 2. P. 141–157.

21. Ghosh A., Mitra M. Comparing Bertrand and Cournot in mixed markets // Economics Letters. 2010. Vol. 109, No. 2. P. 72–74.

22. Goltsman M., Pavlov G. Communication in Cournot oligopoly // Journal of Economic Theory. 2014. Vol. 153. P. 152–176.

23. Griva K., Vettas N. On two-part tariff competition in a homogeneous product duopoly // International Journal of Industrial Organization. 2015. Vol. 41. P. 30–41.

24. Guo P., Yan R., Wang J. Duopoly market analysis within one-shot decision framework with asymmetric possibilistic information // International Journal of Computational Intelligence Systems. 2010. Vol. 3, No. 6. P. 786–796.

25. Hazledine T. Price discrimination in Cournot-Nash oligopoly // Economics Letters. 2006. Vol. 93, No. 3. P. 413–420.

26. Hazledine T. Oligopoly price discrimination with many prices // Economics Letters. 2010. Vol. 109, No. 3. P. 150–153.

27. Kebriaei H., Ahmadabadi M. N., Rahimi-Kian A. Simultaneous state estimation and learning in repeated Cournot games // Applied Artificial Intelligence. 2014. Vol. 28, No. 1. P. 66–89.

28. Kreps D. M., Scheinkman J. A. Quantity precommitment and Bertrand competition yield Cournot outcomes // The Bell Journal of Economics. 1983. P. 326–337.

29. Moreno D., Ubeda L. Capacity precommitment and price competition yield the Cournot outcome // Games and Economic Behavior. 2006. Vol. 56, No. 2. P. 323–332.

30. Navidi H., Bidgoli M. M. An all-unit quantity discount model under a Cournot competition with incomplete information // International Journal of Management Science and Engineering Management. 2011. Vol. 6, No. 5. P. 393–400.

31. Reisinger M. Two-part tariff competition between two-sided platforms // European Economic Review. 2014. Vol. 68. P. 168–180.

32. Richter J. et al. Incomplete information in Cournot oligopoly: The case of unknown production capacities // EWI papers. 2013. No. 1. P. 1–31.

33. Sakai Y. Cournot and Bertrand equilibria under imperfect information // Journal of Economics. 1986. Vol. 46, No. 3. P. 213–232.

34. Schlereth C., Stepanchuk T., Skiera B. Optimization and analysis of the profitability of tariff structures with two-part tariffs // European Journal of Operational Research. 2010. Vol. 206, No. 3. P. 691–701.

35. Schmalensee R. Pricing the razor: A note on two-part tariffs // International journal of industrial organization. 2015. Vol. 42. P. 19–22.

36. Tremblay C. H., Tremblay V. J. The Cournot-Bertrand model and the degree of product differentiation // Economics Letters. 2011. Vol. 111, No. 3. P. 233–235.

Приложение 1

Модели с неполной информацией относительно затрат конкурентов

В условиях дуополии с линейными функциями затрат $C_1(q_1) = c_1 q_1$ и $C_2(q_2) = c_2 q_2$ задан и общеизвестен спрос $D(p) = a - p$, где $a > c_1 > 0$, $a > c_2 > 0$. Продавцы имеют одинаковые представления общего вида о затратах друг друга, описываемые функцией распределения $F_i(t)$.

Выражение ожидаемой прибыли первого продавца, в предположении о том, что второй продавец ведет себя равновесным образом, таково:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left[\frac{1}{2}(a-c)^2 - b\right] \cdot \Big(1 - F(\gamma(b))\Big).$$

Максимизируем ожидаемую прибыль по b:

$$-1 - \frac{1}{2}(a-c)^2 \cdot F'(\gamma(b)) \cdot \gamma'(b) + F(\gamma(b)) + bF'(\gamma(b)) \cdot \gamma'(b) = 0\,.$$

Получаем дифференциальное уравнение относительно $\gamma(b)$:

$$\gamma'(b) = \frac{1 - F(\gamma(b))}{\left(b - \frac{1}{2}(a-c)^2\right) \cdot F'(\gamma(b))}.$$

С учетом (1.4) получаем дифференциальное уравнение относительно $\beta(c)$:

$$\beta'(c) = \frac{\left(\beta(c) - \frac{1}{2}(a-c)^2\right) \cdot F'(c)}{1 - F(c)};$$

$$\beta'(c) - \frac{F'(c)}{1-F(c)} \cdot \beta(c) = -\frac{1}{2}(a-c)^2 \, \frac{F'(c)}{1-F(c)};$$

$$(1 - F(c))\, \beta'(c) - F'(c)\, \beta(c) = -\frac{1}{2}(a-c)^2\, F'(c)\,;$$

$$\frac{d}{dc}\Big((1 - F(c))\, \beta(c)\Big) = -\frac{1}{2}(a-c)^2\, F'(c)\,.$$

Интегрируя, получаем:

$$(1 - F(c))\, \beta(c) = \int\limits_c^a \frac{1}{2}(a-t)^2\, F'(t)\, dt\,;$$

$$\beta(c) = \frac{\int\limits_c^a \frac{1}{2}(a-t)^2\, F'(t)\, dt}{1 - F(t)}.$$

Отсюда выписываем оптимальные ставки двухставочного тарифа:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^* = \dfrac{(a-c)^2}{2} - \dfrac{\int\limits_c^a \dfrac{1}{2}(a-t)^2\,F'(t)\,dt}{1-F(t)} & \text{— постоянная ставка;} \\ v^* = c & \text{— переменная ставка.} \end{cases}$$

Распространим условия данной задачи на случай взаимодействия n продавцов с заданной функцией спроса $D(p) = a - p$ и функцией распределения представлений продавцов о затратах друг друга $F_i(t)$.

Выпишем условие первого порядка максимизации ожидаемой прибыли первого игрока:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left[\frac{1}{2}(a-c)^2 - b\right] \cdot \Big(1 - F(\gamma(b))\Big)^{n-1};$$

$$\left(\frac{1}{2}(a-c)^2 - b\right)(n-1)\Big(1 - F(\gamma(b))\Big)^{n-2}\Big(-F'(\gamma(b))\Big)\gamma'(b) - \\ -\Big(1 - F(\gamma(b))\Big)^{n-1} = 0\,;$$

$$\gamma'(b) = \frac{1 - F(\gamma(b))}{(n-1)\,F'(\gamma(b))\left(b - \dfrac{1}{2}(a-c)^2\right)}.$$

Переходим к уравнению относительно $\beta(c)$:

$$\beta'(c) - \frac{(n-1)\,F'(c)}{1-F(c)} \cdot \beta(c) = -\frac{1}{2}(a-c)^2 \cdot \frac{(n-1)\,F'(c)}{1-F(c)};$$

$$\frac{d}{dc}\Big((1-F(c))^{n-1} \cdot \beta(c)\Big) = -\frac{1}{2}(a-c)^2\,(n-1)\,F'(c)\,(1-F(c))^{n-2};$$

$$\beta(c) = \frac{(n-1)\int\limits_c^a \dfrac{1}{2}(a-t)^2\,F'(t)\,(1-F(t))^{n-2}\,dt}{(1-F(c))^{n-1}}.$$

Ставки двухставочного тарифа в этом случае определяются так:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^* = \dfrac{(a-c)^2}{2} - \dfrac{(n-1)\displaystyle\int_c^a \frac{1}{2}(a-t)^2 F'(t)\,(1-F(t))^{n-2}\,dt}{(1-F(c))^{n-1}}\,. \\ v^* = c \end{cases}$$

В случае симметричной дуополии с произвольной функцией спроса $D(p)$ и функцией распределения представлений продавцов о затратах конкурентов $F(\gamma(b))$ выпишем условие первого порядка максимизации ожидаемой прибыли первого продавца:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left(\int_c^a D(p)dp - b\right) \cdot \Big(1 - F(\gamma(b))\Big).$$

Максимизируем ожидаемую прибыль по b:

$$-1 - (D(a) - D(c)) \cdot F'(\gamma(b)) \cdot \gamma'(b) + F\left(\gamma(b)\right) + bF'\left(\gamma(b)\right) \cdot \gamma'(b) = 0\,;$$

$$\gamma'(b)\left[F'(\gamma(b))\right] \cdot \left[b - D(a) + D(c)\right] = 1 - F(\gamma(b))\,;$$

Переходим к уравнению относительно $\beta(c)$:

$$\beta'(c) - \frac{F'(c)}{1-F(c)} \cdot \beta(c) = -\frac{F'(c)}{1-F(c)} \cdot \left[D(a) - D(c)\right].$$

Решаем это дифференциальное уравнение:

$$\frac{d}{dc}\Big((1-F(c))\,\beta(c)\Big) = -\left[D(a) - D(c)\right] \cdot F'(c)\,;$$

$$(1-F(c))\,\beta(c) = \int_c^a D(t) \cdot F'(t)\,dt\,;$$

$$\beta(c) = \frac{\displaystyle\int_c^a D(t) \cdot F'(t)\,dt}{1-F(c)}\,.$$

Получаем оптимальные ставки двухставочного тарифа:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^* = D(c) - \dfrac{\int\limits_c^a D(t)\cdot F'(t)\,dt}{1-F(c)} & \text{— постоянная ставка;} \\ v^* = c & \text{— переменная ставка.} \end{cases}$$

Рассмотрим случай с n продавцами. Пусть задан спрос общего вида $D(p)$ и распределение представлений продавцов о затратах друг друга вида $F_i(t)$.

Выпишем условия первого порядка максимизации прибыли первого продавца:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left(\int\limits_c^a D(p)dp - b\right)\cdot\Big(1-F(\gamma(b))\Big)^{n-1}.$$

Отсюда:

$$\gamma'(b) = \frac{1-F(\gamma(b))}{(n-1)\,F'(\gamma(b))\,(b-D(a)+D(c))}.$$

Переходим к уравнению относительно $\beta(c)$:

$$\beta'(c) - \frac{(n-1)\,F'(c)}{1-F(c)}\cdot\beta(c) = -\left[D(a)-D(c)\right]\cdot\frac{(n-1)\,F'(c)}{1-F(c)};$$

$$\beta(c) = \frac{(n-1)\int\limits_c^a D(t)\,F'(t)\,(1-F(t))^{n-2}\,dt}{(1-F(c))^{n-1}}.$$

Ставки двухставочного тарифа в этом случае таковы:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^* = D(c) - \dfrac{(n-1)\int\limits_c^a D(t)\,F'(t)\,(1-F(t))^{n-2}\,dt}{(1-F(c))^{n-1}}. \\ v^* = c \end{cases}$$

Приложение 2

Модель с неполной информацией относительно затрат конкурентов и относительно структуры спроса

Рассмотрим модель с неполной информацией относительно как спроса так и затрат конкурентов (3.2). Подставим в неё $v = \frac{\gamma a + c}{1+\gamma}$ и получим следующие выражения:

$$D(\gamma) = (n+1)\left(\frac{a-c}{1+\gamma}\right)^6 \cdot (1-n\gamma)\cdot\Big(9(n+1)(1-n\gamma) - 8(n+1-2\gamma)(1-(n-1)\gamma)\Big);$$

$$D(\gamma) = D_1 \cdot \left(\frac{a-c}{1+\gamma}\right)^6;$$

$$\mathrm{f}(\gamma) = \left(\frac{a-c}{1+\gamma}\right)^2 \cdot \frac{3(n+1)(1-n\gamma)+\sqrt{D_1}}{2(n+1)(n+1-2\gamma)};$$

$$\mathrm{f}(\gamma) = \mathrm{f}_1 \cdot \left(\frac{a-c}{1+\gamma}\right)^2.$$

Выражения для производных выглядят следующим образом:

$$D'_v(\gamma) = (n+1)\left(\frac{a-c}{1+\gamma}\right)^5 \cdot \Bigg(\Big(-4(n+1)+3n(1+\gamma)\Big)\Big((n-3)^2 - (17n^2+41n-24)(1+\gamma) -$$
$$-16(n-1)(1+\gamma)^2\Big) + (1-n\gamma)\Big(-2(n-3)^2 + (17n^2+41n-24)(1+\gamma)\Big)\Bigg);$$

$$D'_v(\gamma) = D'_1 \cdot \left(\frac{a-c}{1+\gamma}\right)^5;$$

$$\mathrm{f}'_v(\gamma) = \frac{a-c}{1+\gamma}\cdot\frac{\begin{array}{r}2(n+1)(n+1-2\gamma)\left(3(n+1)\Big(-3(n+1)+2n(1+\gamma)\Big) - \frac{D'_1}{2\sqrt{D_1}}\right) + \\ +\,2(n+1)(n+3)\Big(3(n+1)(1-n\gamma)-\sqrt{D_1}\Big)\end{array}}{\Big(2(n+1)(n+1-2\gamma)\Big)^2};$$

$$\mathrm{f}'_v(\gamma) = \mathrm{f}'_1 \cdot \frac{a-c}{1+\gamma}.$$

Подставляем полученные значения переменных в уравнение для производной (3.5) и получаем:

$$\alpha\cdot(1-2\mathrm{f}_1)^{\frac{n-3}{2}}\cdot\Bigg(\Big((1-\gamma)+\mathrm{f}'_1\Big)(1-2\mathrm{f}_1) - (n-1)(\gamma+\mathrm{f}_1)(1+\mathrm{f}'_1)\Bigg) +$$
$$(1-\alpha)\cdot(1-\mathrm{f}_1)^{\frac{n-3}{2}}\cdot\Bigg(\Big(2(1-\gamma)+\mathrm{f}'_1\Big)(1-\mathrm{f}_1) - \frac{n-1}{2}(2\gamma+\mathrm{f}_1)(2+\mathrm{f}'_1)\Bigg) = 0.$$

Отсюда выражение для $\alpha(\gamma, n)$:

$$
\begin{aligned}
\alpha = \Bigg[& \left(\frac{\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}+(3n\gamma-3)(n+1)}{(2n+2)(n-2\gamma+1)} + 1 \right)^{\frac{n-1}{2}} \times \\
& \times \left(2\gamma + \frac{\begin{array}{l} ((2n+2)(n+3)-(4n+4)(\gamma+1)) \times \\ \times \left((3n+3)(3n-2n(\gamma+1)+3) - \frac{\begin{array}{r} \left(\left(2(n-3)^2-(\gamma+1)\left(17n^2+41n-24\right)\right)(n-n(\gamma+1)+1) - \right. \\ -\left((\gamma+1)\left(17n^2+41n-24\right)-(n-3)^2+(16n-16)(\gamma+1)^2\right) \times \\ \left. \times (4n-3n(\gamma+1)+4)\right)(n+1) \end{array}}{2\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}} \right) + \\ + \frac{4\left(\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}+(3n\gamma-3)(n+1)\right)(n+1)^2(n+3)}{2n+2} \end{array}}{(2n+2)^2(n-2\gamma+1)^2} - 2 \right) - \\
& -\frac{n-1}{2} \left(2\gamma - \frac{\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}+(3n\gamma-3)(n+1)}{(2n+2)(n-2\gamma+1)} \right) \times \\
& \times \left(\frac{\begin{array}{l} ((2n+2)(n+3)-(4n+4)(\gamma+1)) \times \\ \times \left((3n+3)(3n-2n(\gamma+1)+3) - \frac{\begin{array}{r} \left(\left(2(n-3)^2-(\gamma+1)\left(17n^2+41n-24\right)\right)(n-n(\gamma+1)+1) - \right. \\ -\left((\gamma+1)\left(17n^2+41n-24\right)-(n-3)^2+(16n-16)(\gamma+1)^2\right) \times \\ \left. \times (4n-3n(\gamma+1)+4)\right)(n+1) \end{array}}{2\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}} \right) + \\ + \frac{4\left(\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}+(3n\gamma-3)(n+1)\right)(n+1)^2(n+3)}{2n+2} \end{array}}{(2n+2)^2(n-2\gamma+1)^2} - 2 \right) \times \\
& \times \left(\frac{\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}+(3n\gamma-3)(n+1)}{(2n+2)(n-2\gamma+1)} + 1 \right)^{\frac{n-3}{2}} \Bigg] \div \\
\div \Bigg[& \left(\frac{\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}+(3n\gamma-3)(n+1)}{(2n+2)(n-2\gamma+1)} + 1 \right)^{\frac{n-1}{2}} \times \\
& \times \left(2\gamma + \frac{\begin{array}{l} ((2n+2)(n+3)-(4n+4)(\gamma+1)) \times \\ \times \left((3n+3)(3n-2n(\gamma+1)+3) - \frac{\begin{array}{r} \left(\left(2(n-3)^2-(\gamma+1)\left(17n^2+41n-24\right)\right)(n-n(\gamma+1)+1) - \right. \\ -\left((\gamma+1)\left(17n^2+41n-24\right)-(n-3)^2+(16n-16)(\gamma+1)^2\right) \times \\ \left. \times (4n-3n(\gamma+1)+4)\right)(n+1) \end{array}}{2\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}} \right) + \\ + \frac{4\left(\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}+(3n\gamma-3)(n+1)\right)(n+1)^2(n+3)}{2n+2} \end{array}}{(2n+2)^2(n-2\gamma+1)^2} - 2 \right) - \\
& - \left(\frac{2\left(\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}+(3n\gamma-3)(n+1)\right)}{(2n+2)(n-2\gamma+1)} + 1 \right)^{\frac{n-1}{2}} \times \\
& \times \left(\gamma + \frac{\begin{array}{l} ((2n+2)(n+3)-(4n+4)(\gamma+1)) \times \\ \times \left((3n+3)(3n-2n(\gamma+1)+3) - \frac{\begin{array}{r} \left(\left(2(n-3)^2-(\gamma+1)\left(17n^2+41n-24\right)\right)(n-n(\gamma+1)+1) - \right. \\ -\left((\gamma+1)\left(17n^2+41n-24\right)-(n-3)^2+(16n-16)(\gamma+1)^2\right) \times \\ \left. \times (4n-3n(\gamma+1)+4)\right)(n+1) \end{array}}{2\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}} \right) + \\ + \frac{4\left(\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}+(3n\gamma-3)(n+1)\right)(n+1)^2(n+3)}{2n+2} \end{array}}{(2n+2)^2(n-2\gamma+1)^2} - 1 \right) +
\end{aligned}
$$

$$+\left(\gamma-\frac{\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}+(3n\gamma-3)(n+1)}{(2n+2)(n-2\gamma+1)}\right)^{\frac{n-1}{2}}\times$$

$$\times\left(\frac{\begin{gathered}((2n+2)(n+3)-(4n+4)(\gamma+1))\times\\ \times\left((3n+3)(3n-2n(\gamma+1)+3)-\frac{\begin{gathered}\left(\left(2(n-3)^2-(\gamma+1)\left(17n^2+41n-24\right)\right)(n-n(\gamma+1)+1)-\right.\\ -\left((\gamma+1)\left(17n^2+41n-24\right)-(n-3)^2+(16n-16)(\gamma+1)^2\right)\times\\ \left.\times(4n-3n(\gamma+1)+4)\right)(n+1)\end{gathered}}{2\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}}\right)+\\ +\frac{4\left(\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}+(3n\gamma-3)(n+1)\right)(n+1)^2(n+3)}{2n+2}\end{gathered}}{(2n+2)^2(n-2\gamma+1)^2}-1\right)\times$$

$$\times\left(\frac{2\left(\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}+(3n\gamma-3)(n+1)\right)}{(2n+2)(n-2\gamma+1)}+1\right)^{\frac{n-3}{2}}\cdot(n-1)-$$

$$-\frac{n-1}{2}\left(2\gamma-\frac{\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}+(3n\gamma-3)(n+1)}{(2n+2)(n-2\gamma+1)}\right)\times$$

$$\times\left(\frac{\begin{gathered}((2n+2)(n+3)-(4n+4)(\gamma+1))\times\\ \times\left((3n+3)(3n-2n(\gamma+1)+3)-\frac{\begin{gathered}\left(\left(2(n-3)^2-(\gamma+1)\left(17n^2+41n-24\right)\right)(n-n(\gamma+1)+1)-\right.\\ -\left((\gamma+1)\left(17n^2+41n-24\right)-(n-3)^2+(16n-16)(\gamma+1)^2\right)\times\\ \left.\times(4n-3n(\gamma+1)+4)\right)(n+1)\end{gathered}}{2\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}}\right)+\\ +\frac{4\left(\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}+(3n\gamma-3)(n+1)\right)(n+1)^2(n+3)}{2n+2}\end{gathered}}{(2n+2)^2(n-2\gamma+1)^2}-2\right)\times$$

$$\left.\times\left(\frac{\sqrt{(n\gamma-1)(n+1)((9n+9)(n\gamma-1)-(\gamma(n-1)-1)(8n-16\gamma+8))}+(3n\gamma-3)(n+1)}{(2n+2)(n-2\gamma+1)}+1\right)^{\frac{n-3}{2}}\right].$$

Полученное выражение описывает нахождение верхней границы $\tilde{\tilde{\alpha}}$ перехода с использования линейного тарифа к использованию двухставочного.

Нижняя граница $\tilde{\alpha}$ для использования того или иного типа ценообразования определяется из предположения, что при малой доле слабых покупателей, продавцу не выгодно учитывать их при установлении тарифа.

Выпишем уравнение ожидаемой прибыли при двухставочном тарифе (при условии, что α мало):

$$\mathrm{E}\pi_1^{tp2}=(1-\alpha)\cdot\Big(2\,(v-c)\,(a-v)+\mathrm{f}\Big)\cdot\prod_{i=2}^{n}P\Big\{(a-v)^2-\mathrm{f}\geqslant(a-p_i^*)^2\Big\};$$

$$\mathrm{E}\pi_1^{tp2}=(1-\alpha)\cdot\Big(2\,(v-c)\,(a-v)+\mathrm{f}\Big)\cdot\left(\frac{\frac{n+1}{n}\cdot\sqrt{(a-v)^2-\mathrm{f}}}{a-\underline{c}}\right)^{n-1}.$$

Отсюда получаем выражение для постоянной ставки двухставочного тарифа:

$$\mathrm{f} = \frac{4(a-2v+c)(a-v)^2 - 4(n-1)(a-v)^2(v-c) - 2(a-v)^2 + 2(n-1)(v-c)(a-v)}{4(a-2v+c) + 2(n-1)(a-v) - (n+1)};$$

$$\mathrm{f} = \frac{2\left(a-c\right)^2}{n+1}, \quad \text{при } v(c) = c\,.$$

Теперь получаем условие на $\widetilde{\alpha}$:

$$\widetilde{\alpha} = 1 - \frac{n^n}{2(n+1)^{\frac{n+1}{2}} \cdot (n-1)^{\frac{n-1}{2}} - n^n}\,, \qquad \text{при } \mathrm{E}\pi_1^{tp2} = \mathrm{E}\pi_1^{lin}.$$

Полученные условия для доли слабых покупателей α на рынке отражают границы интервала, в котором линейная тарификация оказывается выгоднее нелинейной.